清華大學

工业生产管理概论

第十一讲 库存控制

成 晔

清华大学工业工程系

本讲学习目标

- 理解库存的内涵及其在商品生产、流通过程中的作用与影响
- 了解库存控制的基本要求、追求目标与管理思路
- 学习关于经济订货批量的计算模型
- 学习关于订货时机的计算模型
- 理解缺货风险，理解安全库存的作用

库存——存储的物品

库存的类型

- 原材料
- 外购零部件

- 在制品 (Work-in-process, WIP)
  - 半成品

- 产成品

- 工具与消耗品

- 维修备件

- 在途货物
  - 管道库存

库存的作用

- 直接满足客户需求
- 平稳生产
  - 对季节性需求，提前生产
- 分隔生产运作环节
  - 环节之间，设置缓冲库存
- 减少缺货的风险
  - 安全库存，应对波动变化
- 周期性成批订货
  - 经济订货批量

- 利用数量折扣优惠
- 对冲价格上涨
- 适应生产周期

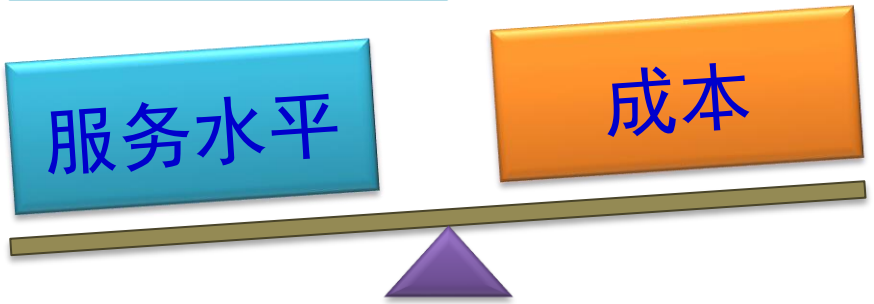
利特尔(Little)定律

平均库存数量 = 产品产出速率 × 单件产品在生产系统中的平均通过时间

库存控制的目标

- 正确的物品
- 足够的数量
- 正确的地点
- 正确的时间

- 订货成本
- 库存持有成本



目标

- 将库存成本保持在合理范围内，实现客户满意的服务水平

基本决策

- 订货时机
- 订货数量

绩效测度指标

- 顾客满意度
  - 延期交货以及顾客投诉的次数和货物数量
- 库存周转率

$$\frac{\text{年度销售货物总成本}}{\text{平均库存投资}}$$

- 库存天数
  - 当前库存数量，可供销售或使用的期望天数

实施有效库存管理的基本要求

库存盘点系统

- 在库量，在途量

需求预测

- 说明误差

提前期

- 有波动

库存相关成本估计

库存物料分类

- **定期盘点**
  - 间隔固定周期（周，月），盘点存货数量
- **连续盘点**
  - 持续追踪进货、出货情况
  - 监控每种物料当前库存水平

销售终端 (Point-of-Sale, POS)

双箱方式

库存成本

购买成本

- 购买库存物品所需金额

库存持有成本

- 单位时间（年）内持有单件物品的成本
  - 利息，保险，税收
  - 变质，腐烂，被盗，破损
  - 追踪，拣货，仓储

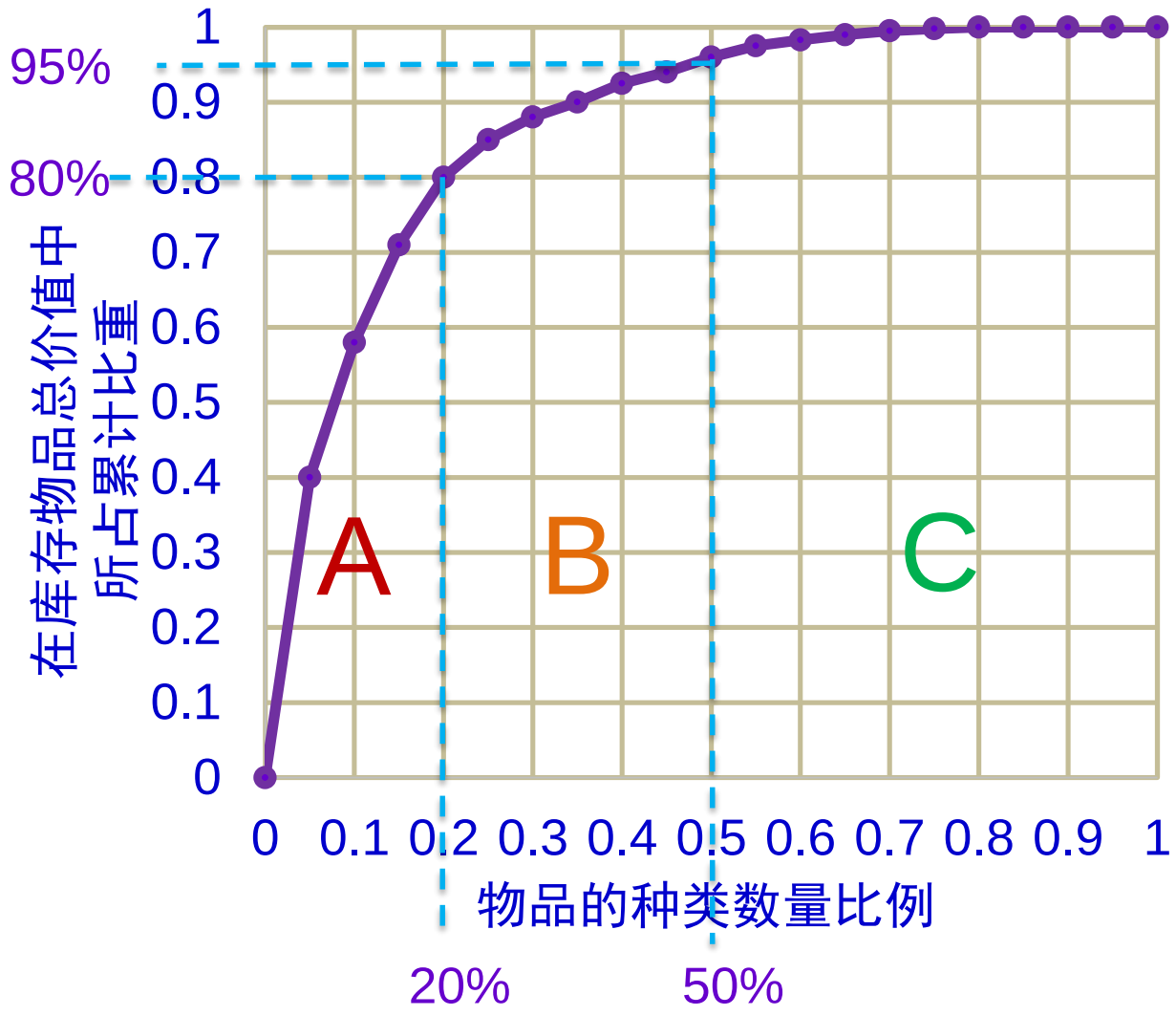
订货成本

- 发出订单并接收货物的成本
  - 准备成本
    - 为了一项采购或生产任务，所做的准备工作

缺货成本

- 当需求超过库存量时，发生缺货，导致的成本
  - 未实现的单件毛利润

库存物品分类管理——ABC法



A类	■ 频繁盘点，密切关注 ■ 严格控制领料、使用
B类	■ 适度控制
C类	■ 不必严格控制 ● 双箱方式，批量订货

周期性盘点

- 准确度？
- 何时？
- 何人？

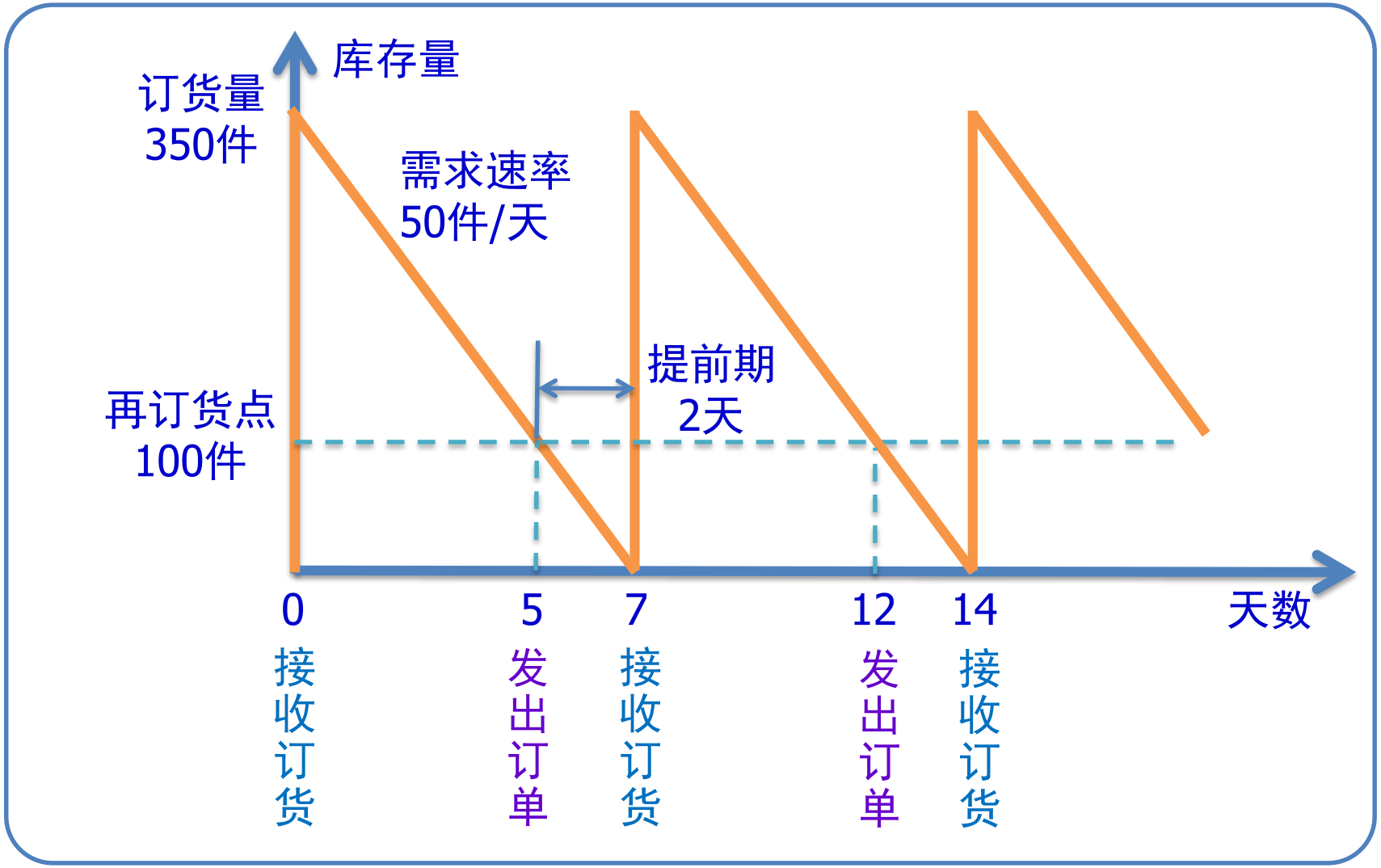
A类	B类	C类
±0.2%	±1%	±5%

经济订货批量 (Economic Order Quantity, EOQ) 模型

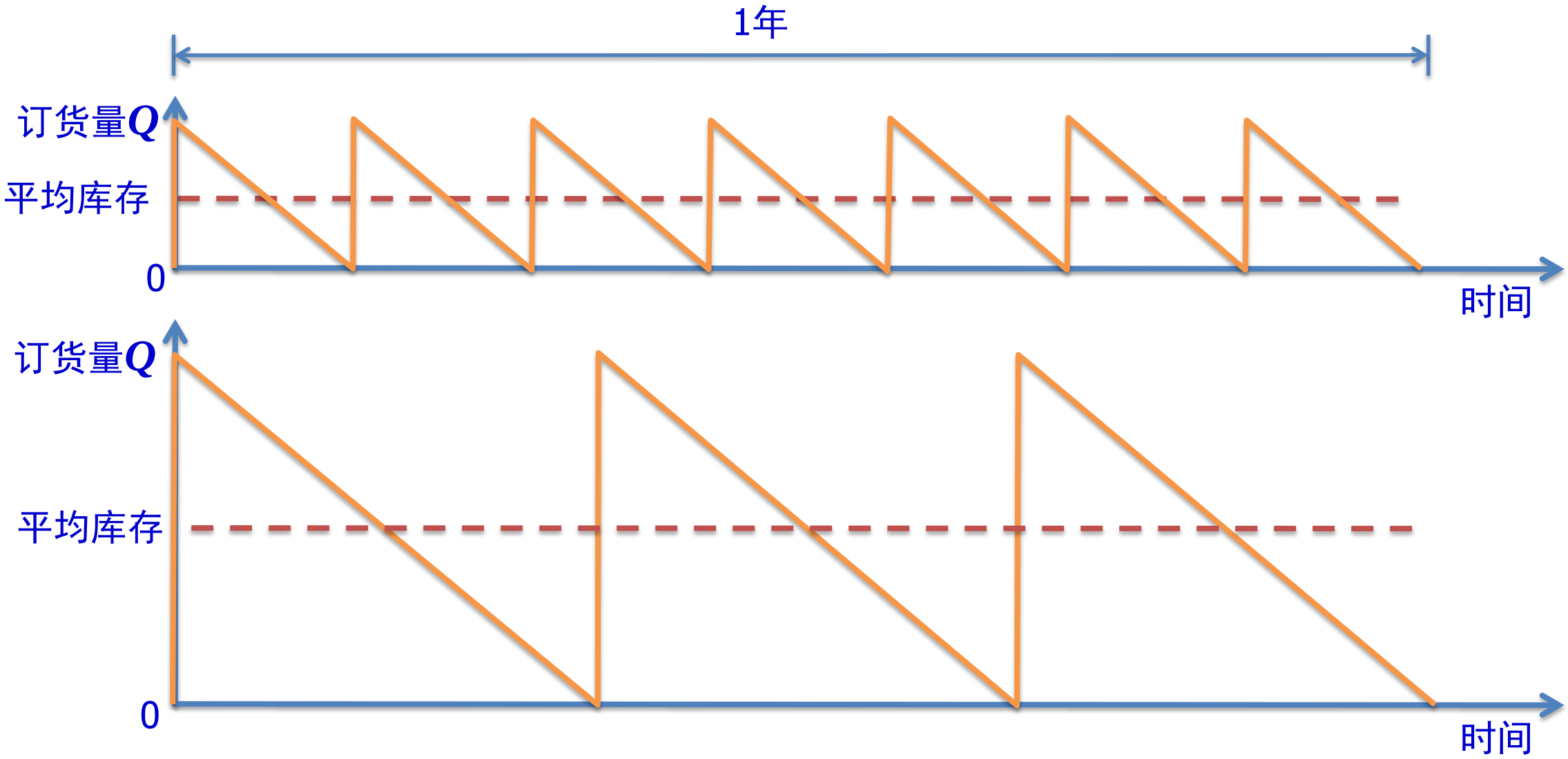
- 年度总成本最小化

假设

- 只有一种产品
- 年度需求量已知
- 需求率恒定
- 提前期已知且固定
- 每笔订单一次性交货
- 无批量折扣优惠



在库存持有成本与订货成本之间平衡



EOQ模型 (1/2)

年度库存持有成本 $= \frac{Q}{2}H$

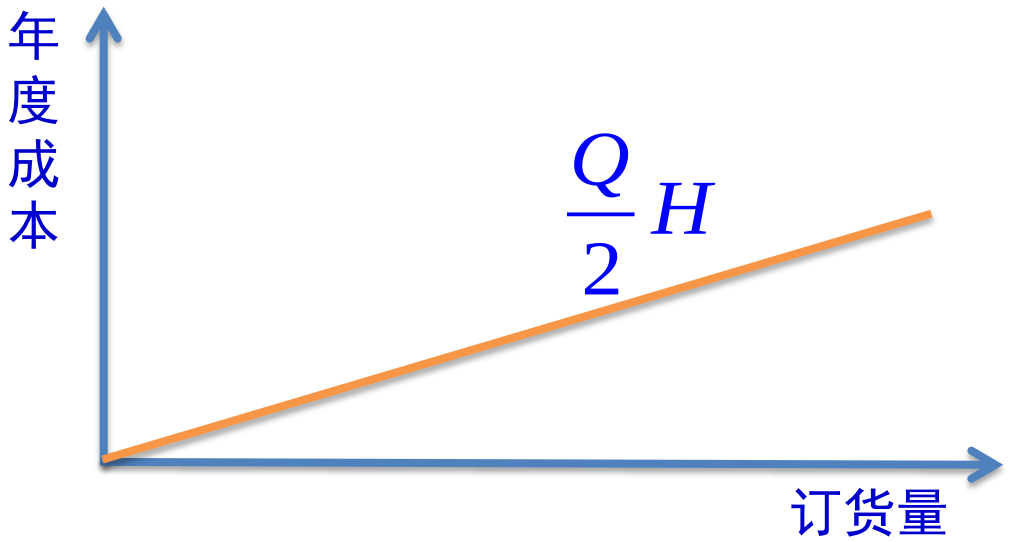
Q = 订货批量(件数)

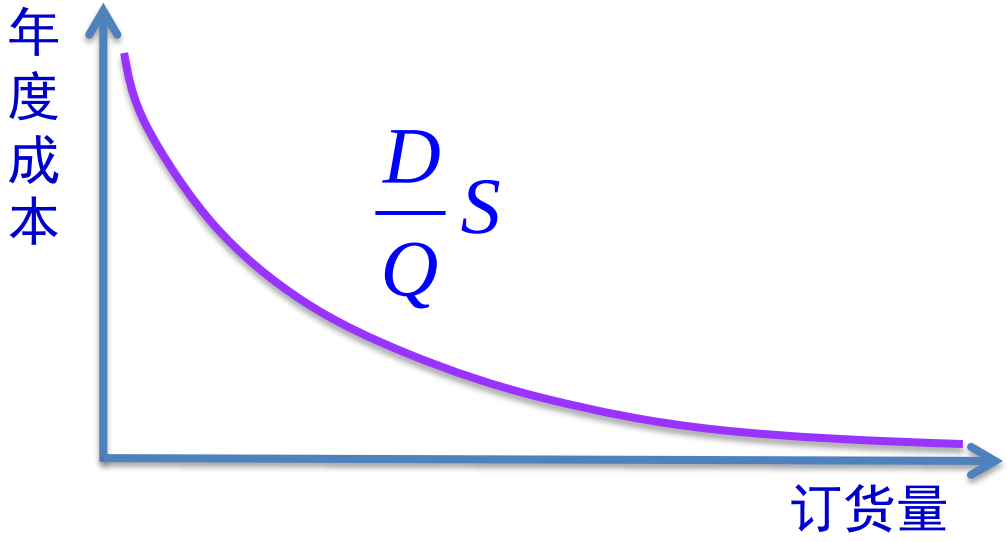
H = 每件库存物品的年度持有成本

年度订货成本 $= \frac{D}{Q}S$

D = 需求量 (件数/年)

S = 每次订货的固定成本





EOQ模型 (2/2)

- 年度总成本

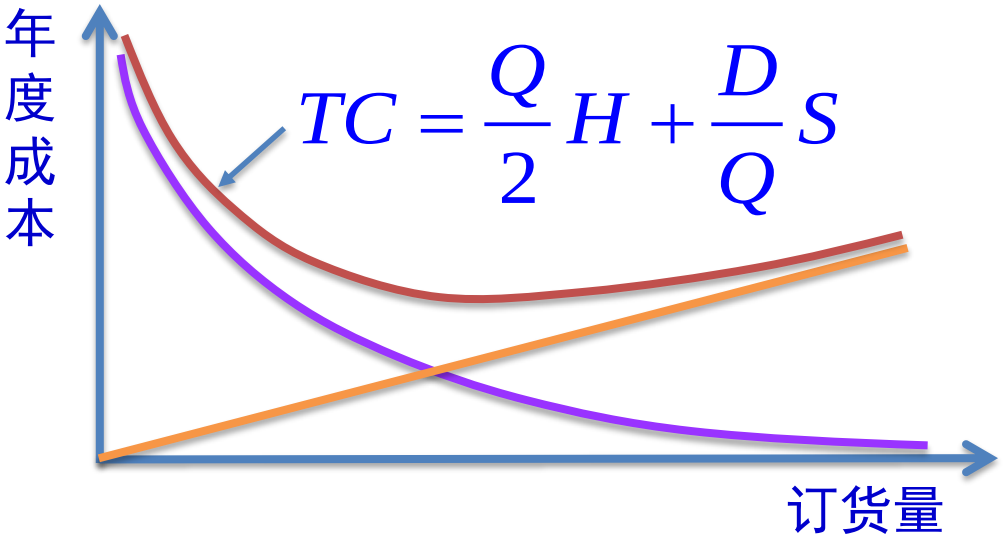
$$TC = \frac{Q}{2}H + \frac{D}{Q}S$$

- 总成本最小化

$$\frac{dTC}{dQ} = \frac{H}{2} - \frac{DS}{Q^2} = 0$$

$$Q^2 = \frac{2DS}{H}$$

$$Q_o = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$



订货周期 = $\frac{Q}{D}$

EOQ示例

- 一家国产轮胎公司的当地经销商
- 粗估明年轮胎销售量：
  D = 9600件/年
- 轮胎的库存持有成本：
  H = 16美元/件·年
- 每次订购轮胎的成本：
  S = 75美元
- 每年营业288天

EOQ

$$Q_o = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2\times 9600\times 75}{16}} = 300 \text{ (件)}$$

订货次数

$$\frac{D}{Q} = \frac{9600}{300} = 32 \text{ (次)}$$

订货周期

$$\frac{Q}{D} = \frac{300}{9600} = \frac{1}{32} \text{ (年)}$$

$$(= \frac{1}{32}\times 288 = 9 \text{ 天})$$

总成本

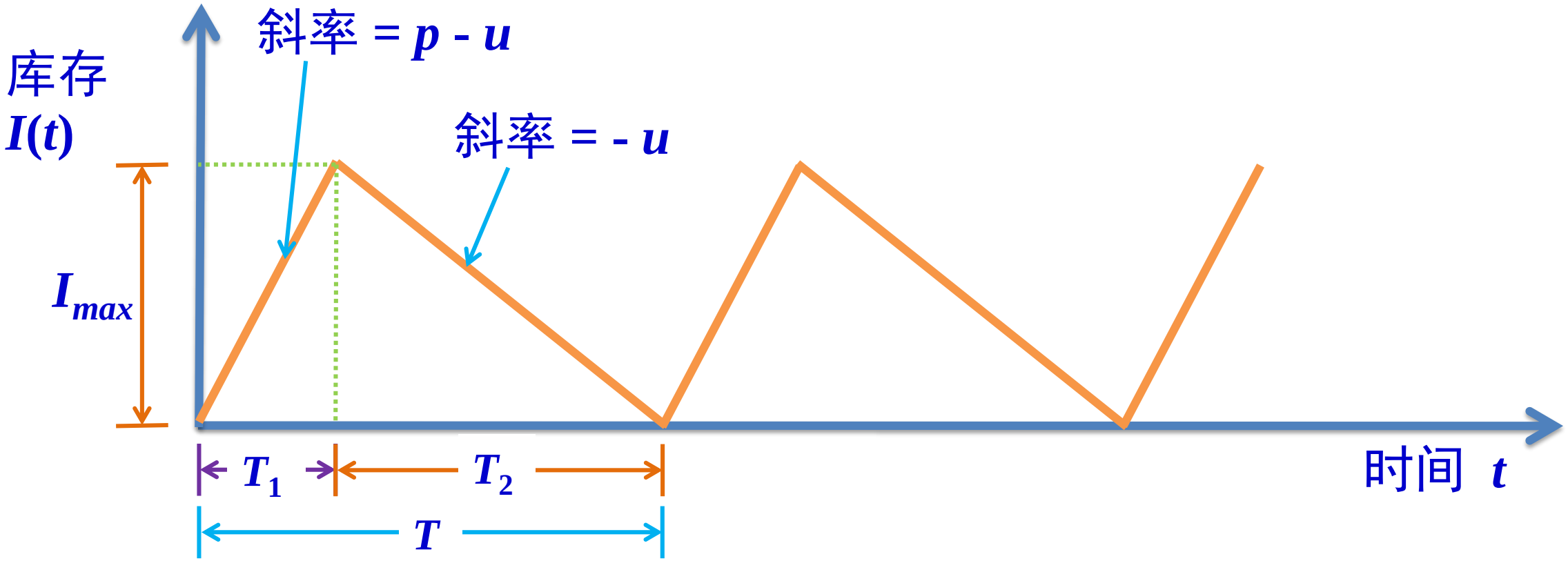
$$TC = \frac{Q}{2}H + \frac{D}{Q}S = \frac{300}{2}\times 16 + \frac{9600}{300}\times 75$$

$$= 2400 + 2400 = 4800 \text{ (美元)}$$

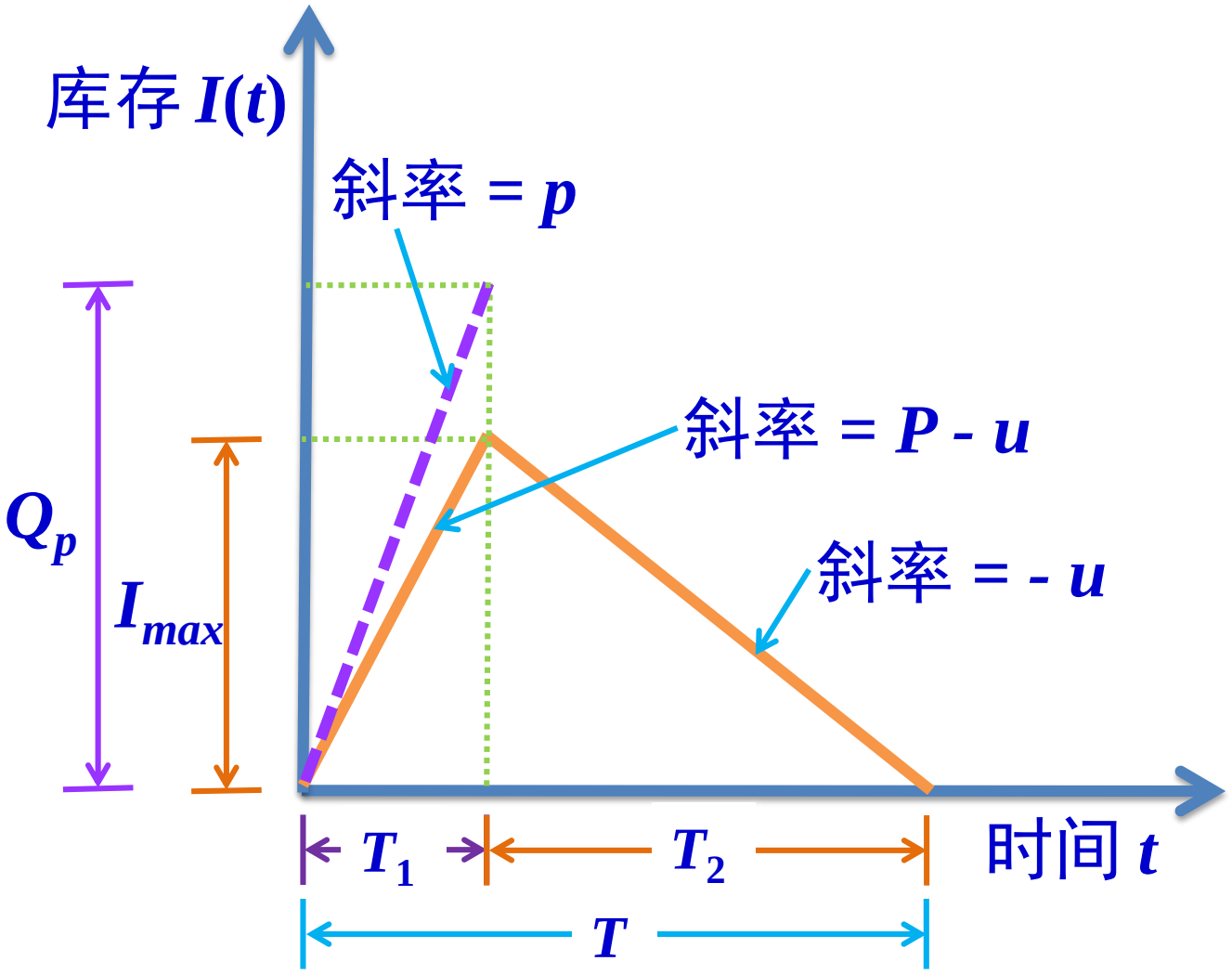
经济生产批量 (Economic Production Quantity) (1/3）

- 产品或零部件由企业内部自行生产

- 生产速率（产能）有限
- 多品种同周期轮番生产



经济生产批量 (2/3）



- $p > u$
  - 生产速率大于需求速率
- $Q_p = uT = pT_1$
  - 每周期产量等于需求数量
- $T = T_1 + T_2 = Q_p / u$
  - 周期总长度
- $T_1 = Q_p / p$
  - 生产阶段，即库存上升阶段
- T_2
  - 库存下降阶段

经济生产批量 (3/3）

- 实际最高库存水平：I_{max}
  - $I_{max} / T_1 = p - u$
  - $I_{max} = (p - u)\, T_1$

    $= Q_p\,(p - u) / p$
- 平均库存水平： $I_{max} / 2$

- 平均年度总成本：

$$TC = \frac{I_{\max}}{2} H + \frac{D}{Q} S$$

- 经济生产批量 (EPQ)：

$$Q_p = \sqrt{\frac{2DS}{H}\left(\frac{p}{p-u}\right)}$$

经济生产批量示例

- 一家玩具厂
- 每年运营240天
- 每年使用橡胶轮数量：

  $D = u$ = 48,000件/年

  = 200件/天
- 生产速率：p = 800件/天
- 库存持有成本：

  H = 1美元/件·年
- 生产准备成本：

  S = 45美元

EPQ

$$Q_p = \sqrt{\frac{2DS}{H}\left(\frac{p}{p-u}\right)} = \sqrt{\frac{2\times 48000\times 45}{1}\left(\frac{800}{800-200}\right)}$$

$$= 2400 \text{ (件)}$$

最高库存

$$I_{\max} = \frac{Q_p}{p}(p-u) = \frac{2400}{800}(800-200) = 1800 \text{ (件)}$$

总成本

$$TC = \frac{I_{\max}}{2}H + \frac{D}{Q}S = \frac{1800}{2}\times 1 + \frac{48000}{2400}\times 45$$

$$= 1800 \text{ (美元)}$$

周期时间

$$T = Q_p / u = 2400/200 = 12 \text{ (天)}$$

生产时间

$$T_1 = Q_p / p = 2400/800 = 3 \text{ (天)}$$

批量折扣优惠价格

- 大宗订单价格优惠
  - 诱导顾客大量购买

- P = 单价
- 总成本

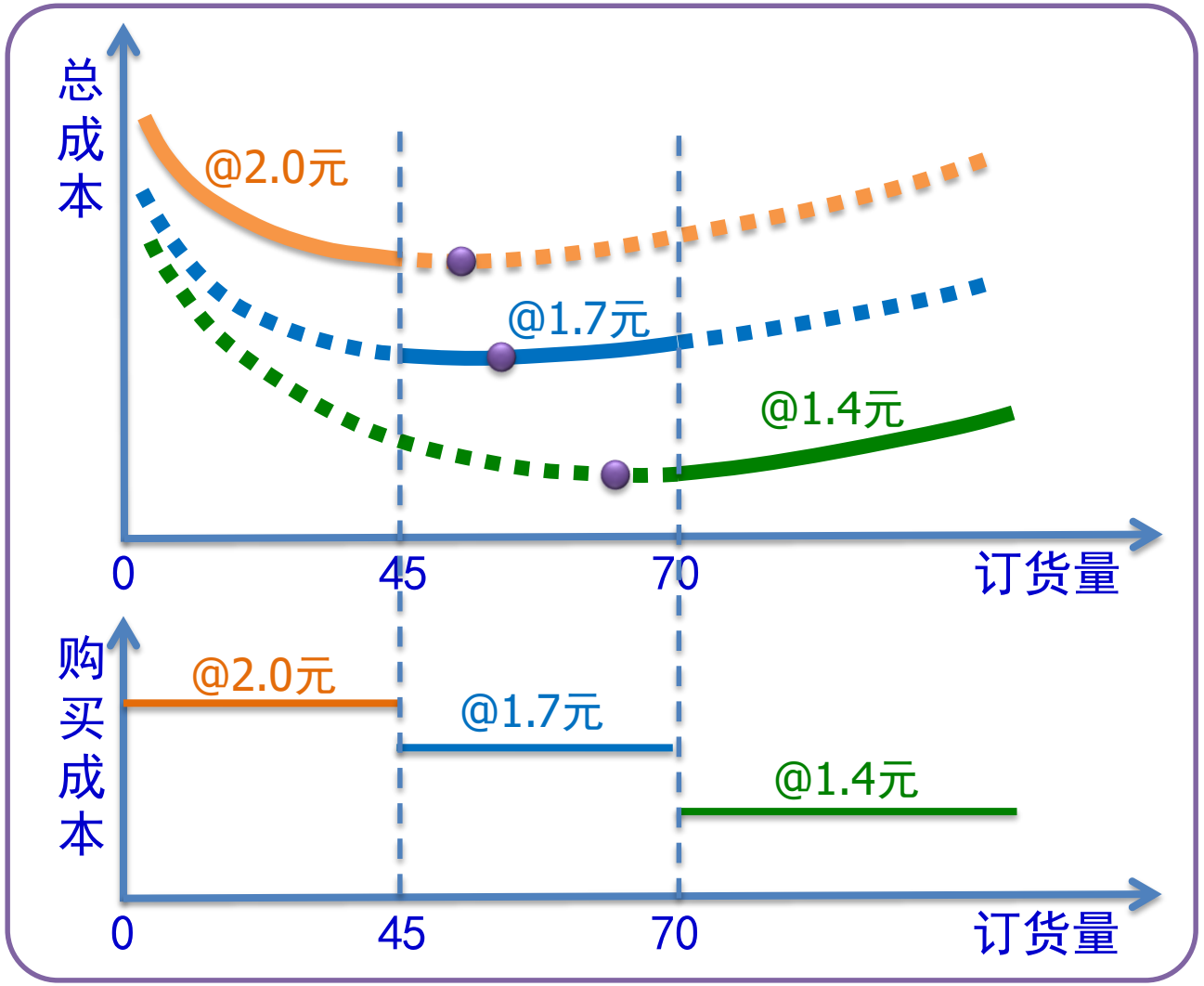
购买成本

$$TC = \frac{Q}{2}H + \frac{D}{Q}S + PD$$

医疗器材公司超宽绷带价格表

订货量(盒)	单价(元/盒)
1 ~ 44	2.00
45 ~ 69	1.70
≥70	1.40

有批量折扣时的总成本

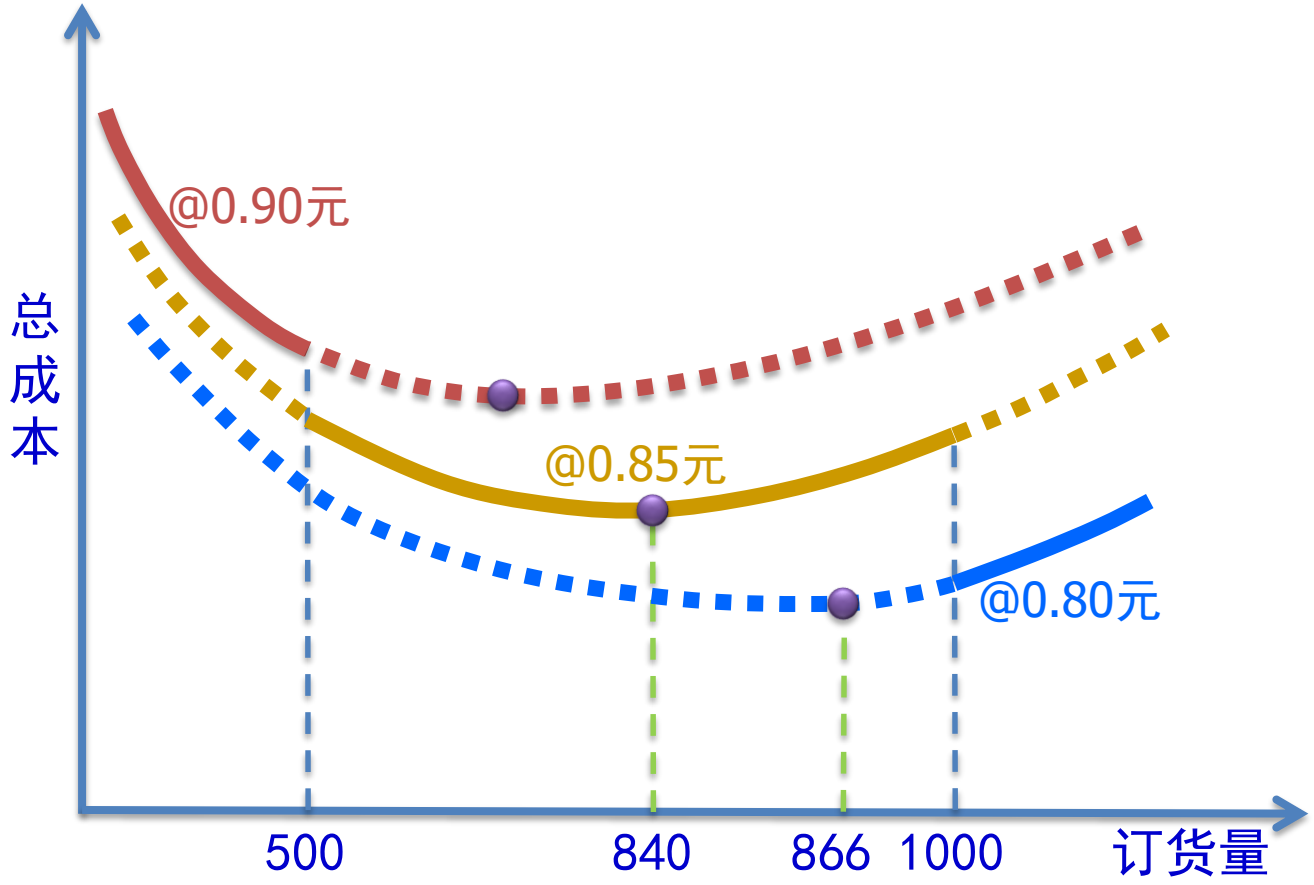


计算步骤

- 从最低单价开始
  - 计算每个价格范围的最低成本点
  - 直至找到可行的最低成本点
- 如果最低单价的最低成本点可行，则它是最佳订货批量
- 否则，比较所有较低价格断点的总成本
  - 选择总成本最低处

批量折扣示例 (1/2)

- 巨浪电气公司
  - 每年使用4,000个拨动开关
  - 单价 P
    - 1~499件：0.90元
    - 500~999：0.85元
    - 1,000件及以上：0.80元
  - 订货与收货：30元
  - 每年库存持有成本：40%



批量折扣示例 (2/2)

- D = 4000 件/年
- S = 30元
- $H = 0.40 \times P$

$$Q_{0.8} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 30}{0.4 \times 0.80}}$$

$$= 866 \text{ (件)}$$

不可行

$$Q_{0.85} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 30}{0.4 \times 0.85}}$$

$$= 840 \text{ (件)}$$

可行

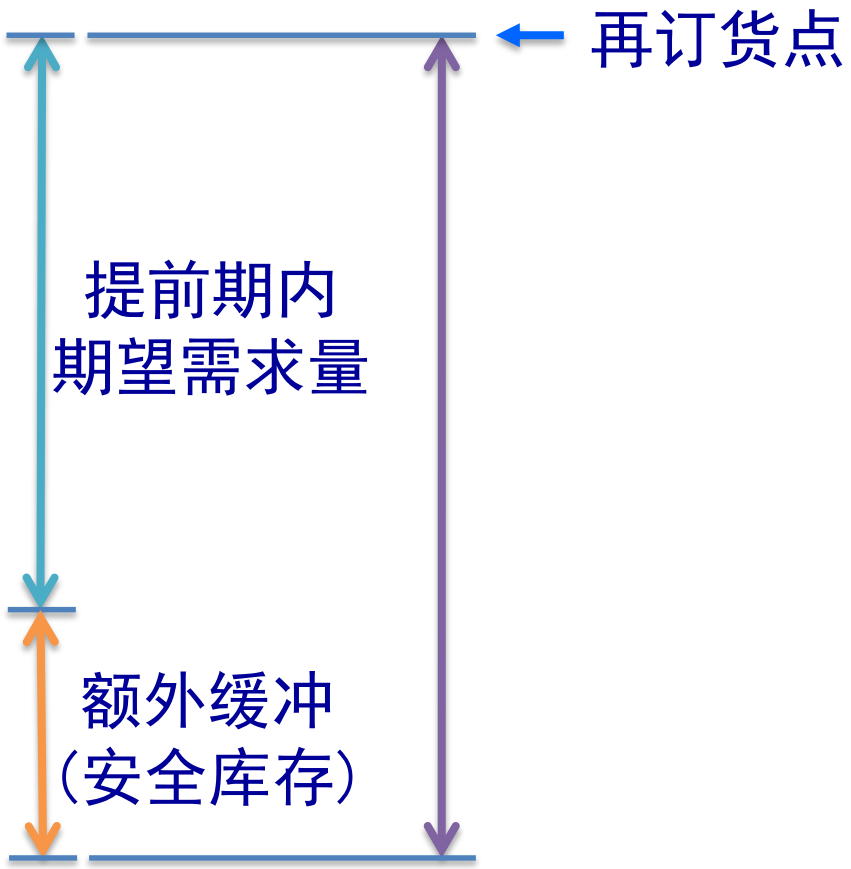
$$TC_{840} = \frac{840}{2} \times 0.34 + \frac{4000}{840} \times 30 + 0.85 \times 4000$$

$$= 3686 \text{ (元)}$$

$$TC_{1000} = \frac{1000}{2} \times 0.32 + \frac{4000}{1000} \times 30 + 0.80 \times 4000$$

$$= 3480 \text{ (元)}$$

再订货点 (Re-Order Point, ROP)



目标

- 确定发出订单的时机，以保证现有库存足以满足提前期内的需求

再订货点决定因素

- 需求速率
- 交货提前期
- 需求以及提前期的变动程度
- 缺货风险的程度

再订货点计算

- 如果需求与提前期均恒定

$$ROP = d \times LT$$

  - **ROP**：再订货点
  - ***d***：需求速率
  - **LT**：提前期

- 王五服用一种治疗痛风的药物，每日6片
- 在制药企业网站订货，3日内送到
- 再订货点应为多少？

- 用量 $d = 6$ 片/天
- 提前期 $LT = 3$天
- $ROP = d \times LT$

$= 6 \times 3 = 18$ (片)

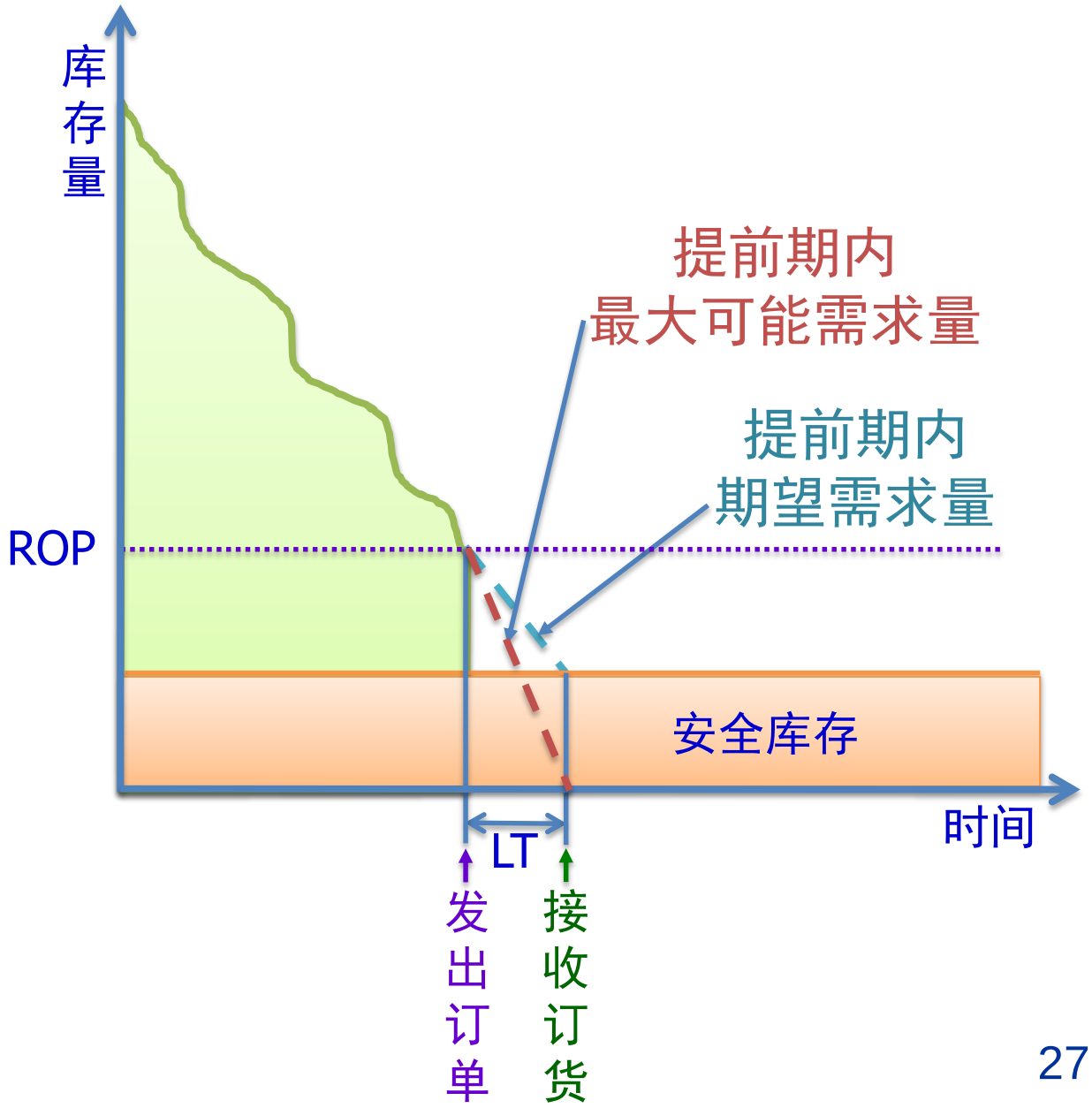
安全库存与服务水平

- **安全库存**
  - 降低交货提前期内的缺货风险

- **服务水平**
  - 在交货提前期内的需求量不会超过供应量的概率

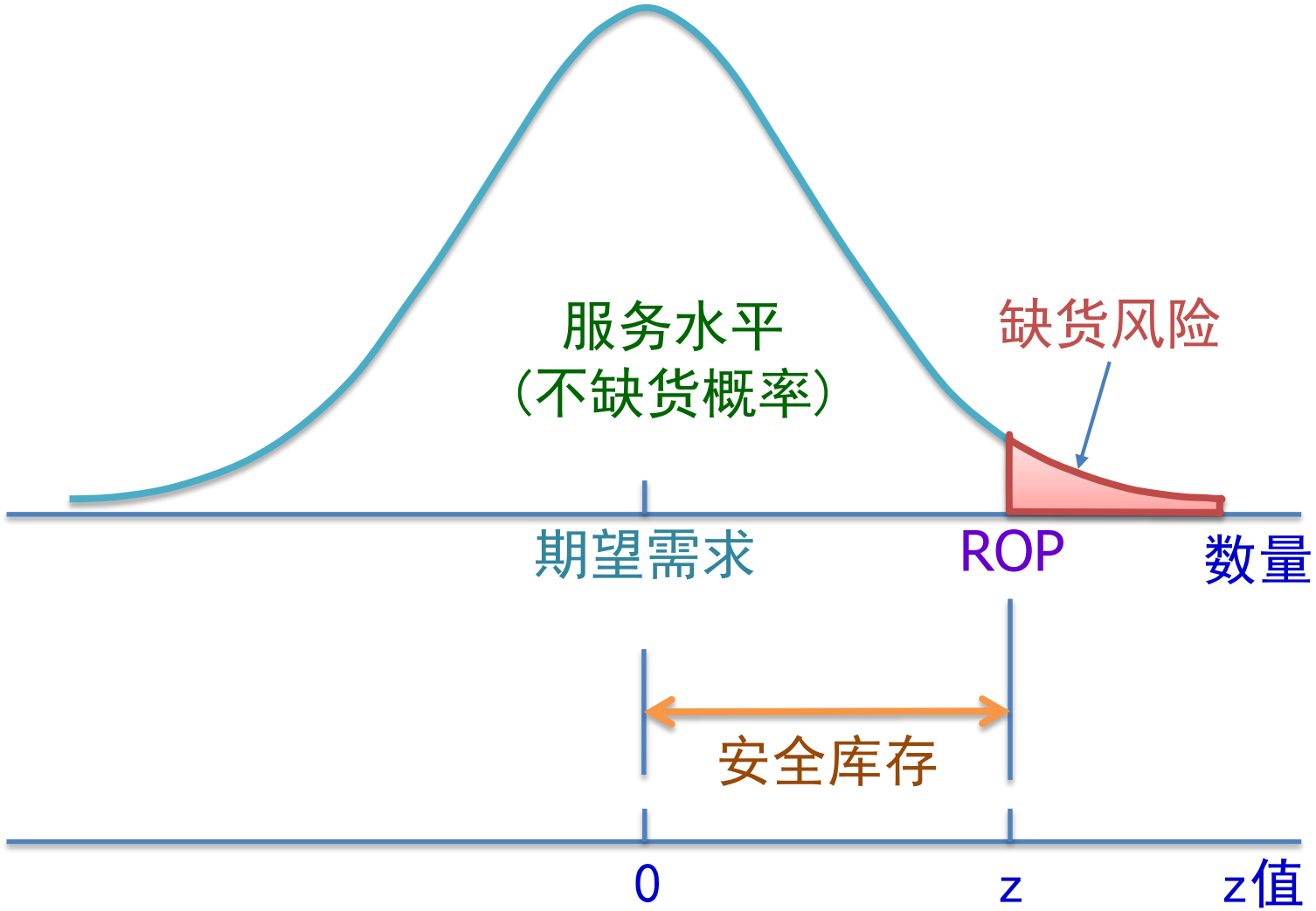
服务水平为95% = 在交货提前期内的需求量不会超过供应量的概率为95%

服务水平(%) = 100% − 缺货风险(%)



安全库存计算 (1/3)

- 安全库存量的影响因素
  - 平均需求率与平均提前期
  - 需求以及提前期的变化程度
  - 期望的服务水平



安全库存计算 (2/3)

- 模型A
  - 提前期内的需求量期望值与标准差已知

$$\mathrm{ROP} = \mu_{d\ \mathrm{LT}} + z \cdot \sigma_{d\ \mathrm{LT}}$$

提前期内期望需求量

标准差倍数

提前期需求标准差

建材经销商：砂子库存管理

- 提前期需求期望值 = 50 吨
- 提前期需求标准差 = 5 吨
- 缺货风险 ≤ 3%
- 服务水平：1 - 0.03 = 0.97
- 标准值：z = +1.88
- 安全库存 = 1.88 × 5 = 9.40 (吨)
- 再订货点 = 50 + 9.40 = 59.40 (吨)

服务水平	标准值 z
0.9573	1.72
0.9608	1.76
0.9641	1.80
0.9671	1.84
0.9699	1.88
0.9726	1.92
0.9750	1.96
0.9772	2.00

安全库存计算 (3/3)

- 模型B
  - 已知单位时间（天）需求量的均值与标准差

$\bar{d}$ = 每天需求量平均值

σ_d = 每天需求量标准差

LT = 提前期天数

$\overline{\mathbf{LT}}$ = 提前期天数平均值

σ_{LT} = 提前期天数标准差

- 如果仅有需求是变量，提前期固定

$$\sigma_{d\ \mathrm{LT}} = \sigma_d \sqrt{\mathrm{LT}} \qquad \mathrm{ROP} = \bar{d} \times \mathrm{LT} + z \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\mathrm{LT}}$$

- 如果仅有提前期是变量，每天需求量固定

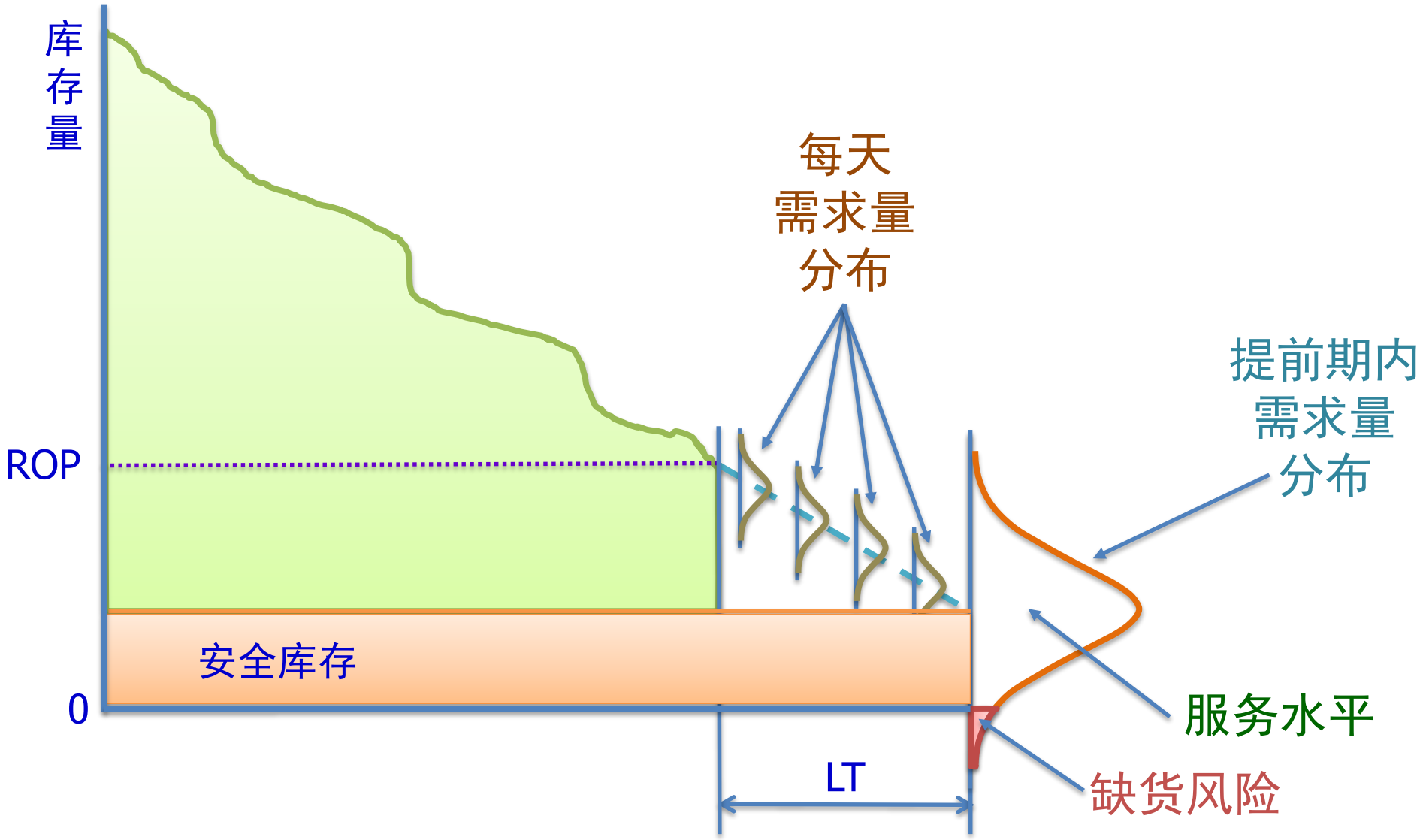
$$\sigma_{d\ \mathrm{LT}} = d \cdot \sigma_{\mathrm{LT}} \qquad \mathrm{ROP} = d \times \overline{\mathrm{LT}} + z \cdot d \cdot \sigma_{\mathrm{LT}}$$

- 如果需求与提前期皆为变量

$$\sigma_{d\ \mathrm{LT}} = \sqrt{\overline{\mathrm{LT}} \cdot \sigma_d^2 + \bar{d}^2 \cdot \sigma_{\mathrm{LT}}^2}$$

$$\mathrm{ROP} = \bar{d} \times \overline{\mathrm{LT}} + z \cdot \sqrt{\overline{\mathrm{LT}} \cdot \sigma_d^2 + \bar{d}^2 \cdot \sigma_{\mathrm{LT}}^2}$$

提前期内需求的波动性



安全库存示例

- 一家餐厅每周平均使用50罐秘制调料，标准差为3罐，假设为正态分布
- 交货提前期为2周
- 经理希望缺货风险不超过10%

- d = 50 罐/周
- LT = 2 周
- σ_d = 3 罐/周
- 风险 = 10% → 服务水平 = 0.90
- 只有需求是变量

$$\mathrm{ROP} = \bar{d} \times \mathrm{LT} + z \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{\mathrm{LT}}$$

- 服务水平 = 0.90 → z = 1.28
- **ROP** = $50 \times 2 + 1.28 \times 3\sqrt{2}$ =105.43 ≈106 罐

服务水平	标准值 z
0.8770	1.16
0.8849	1.20
0.8925	1.24
0.8997	1.28
0.9066	1.32
0.9131	1.36

本讲小结

库存概念

- 库存的定义
- 库存物品的类型
- 库存的作用与影响

库存控制的方法

- 库存控制的目标
- 对库存控制的要求
- 库存相关的成本项
- 库存分类管理

库存控制模型

- 每次订多少货？
  - 经济订货批量
  - 经济生产批量
  - 批量折扣优惠
- 何时发出订单？
  - 再订货点
    - 安全库存
    - 缺货风险