

运筹学



第六章 网络计划的费用优化



主要内容



1 费用优化基本原理



2 费用优化实例分析

一、费用优化的基本原理

费用优化：费用优化又称工期——成本优化

- (1) 寻找工程总成本最低时的工期安排；
- (2) 按工期要求寻求工程最低成本的计划安排过程。

一、费用优化的基本原理

1. 费用和时间的关系

施工成本由直接费和间接费组成。**直接费**由人工费、材料费、机械使用费等组成，**直接费会随着工期的缩短而增加**。**间接费**包括经营管理的全部费用，它一般会**随着工期的缩短而减少**。工程费用与工期的关系如图1所示。

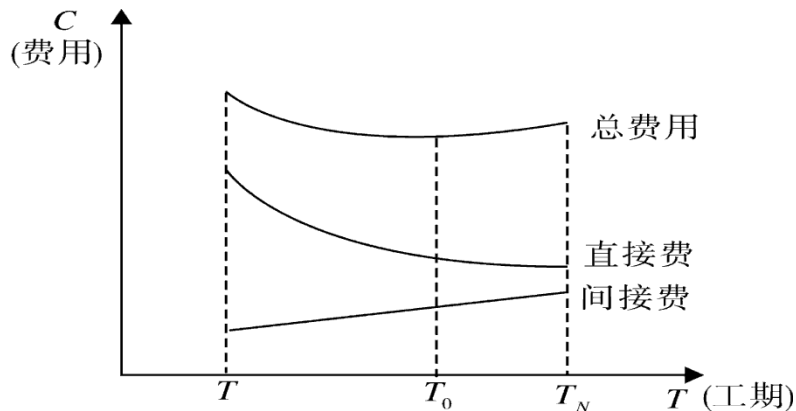


图1 工程费用与工期的关系

一、费用优化的基本原理

2. 费用优化的基本原理

工作间接费与持续时间之间的关系被近似地认为是一条直线关系，直线斜率称为间接费率，指工期或作业持续时间每缩短一个单位时间引起间接费的变化率；**工作直接费**与**持续时间**之间的关系为**非线性关系**，为简化计算，近似地用一条割线表示，如图2所示。该割线的斜率称为直接费率，指工期或作业持续时间每缩短一个单位时间引起直接费的变化率。

一、费用优化的基本原理

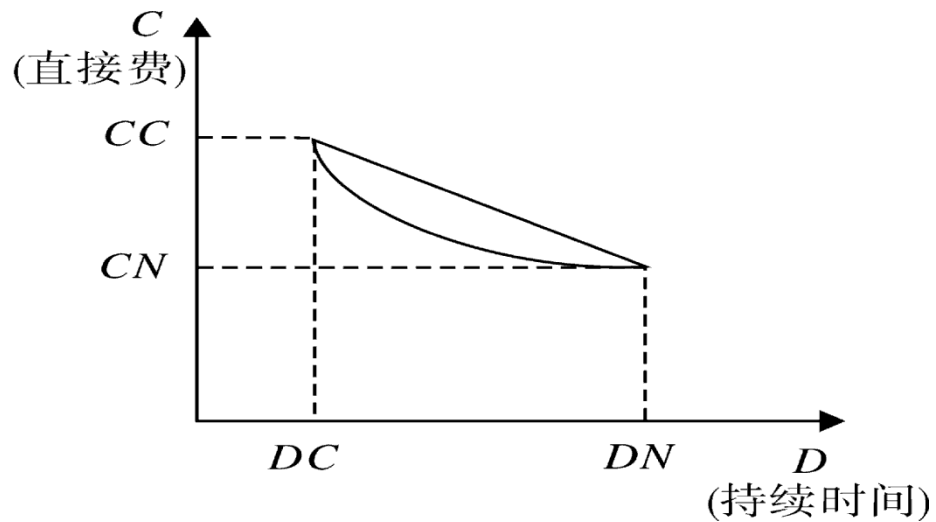


图2 工作持续时间与直接费的关系

一、费用优化的基本原理

直接费率，指工期或作业持续时间每缩短一个单位时间引起直接费的变化率，按下式计算。

$$K_{i-j} = \frac{CC_{i-j} - CN_{i-j}}{DN_{i-j} - DC_{i-j}}$$

假说，网络计划通过压缩某关键工作的持续时间，使工期缩短了一个单位时间 Δt ，由此引起的费用变化为 ΔC ，则

$$\Delta C = (K_{i-j} - \xi) \Delta t$$

式中， ξ 为工程间接费的费率，其他符号意义同上。

如果 $\Delta C < 0$ ，说明工期缩短一个单位时间 Δt 后，费用减少了，工期更优了。

一、费用优化的基本原理

3. 费用优化的方法步骤

费用优化的基本思路是：不断地在网络计划中找出**直接费率最小的关键工作**，缩短其持续时间，同时考虑间接费随工期缩短而减少的数值，最后求得工程总成本最低时的最优工期。

按照上述基本思路，费用优化可按以下步骤进行：

- (1) 按工作的正常持续时间确定计算工期和关键线路。
- (2) 计算各项工作的直接费率。
- (3) 当只有一条关键线路时，应找出直接费率最小的一项关键工作，作为缩短持续时间的对象；当有多条关键线路时，应找出组合直接费率最小的一组关键工作，作为缩短持续时间的对象。

一、费用优化的基本原理

(4) 对选定的压缩对象，比较其直接费率与工程间接费率的大小：

- 1) 如果被压缩对象的直接费率大于工程间接费率，说明压缩关键工作的持续时间会使工程总费用增加，此时应停止缩短关键工作的持续时间，在此之前的方案即为优化方案。
- 2) 如果被压缩对象的直接费率等于工程间接费率，说明压缩关键工作的持续时间不会使工程总费用增加，故应缩短关键工作的持续时间。
- 3) 如果被压缩对象的直接费率小于工程间接费率，说明压缩关键工作的持续时间会使工程总费用减少，故应缩短关键工作的持续时间。

(5) 当需要缩短关键工作的持续时间时，其缩短值的确定用公式表示为

$$\Delta t = \min(D_n - D_c, TF_{min}^f)$$

(6) 计算关键工作持续时间缩短后总费用的变化。

(7) 重复上述3~6步骤，直至得到优化方案。

二、费用优化实例分析

例2：已知某工程双代号网络计划如图3所示，图中箭线下方括号外数字为工作正常时间，括号内数字为最短持续时间；箭线上方括号内数字为工作的直接费费率。假设该工程间接费费率为**22**千元/天，时间单位为天。试确定其最优工期。

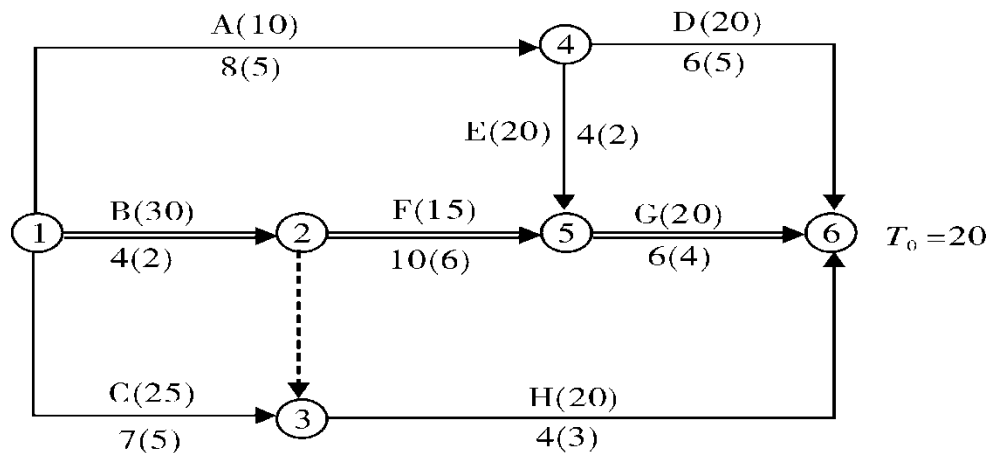
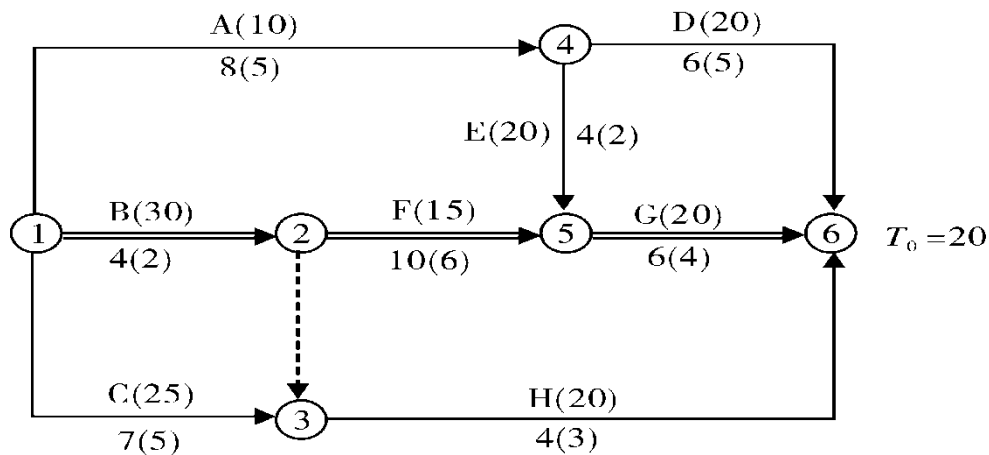


图3 费用优化初始网络图

二、费用优化实例分析



【解】 1. 计算初始工期，确定关键线路。得 $T_0=20$ 天，关键线路如图3所示。

二、费用优化实例分析

2. 第一次优化

(1) 确定压缩对象：可行方案有：

①压缩工作**1-2**, **k1-2=30** (千元/天)

②压缩工作**2-5**, **k2-5=15** (千元/天)

③压缩工作**5-6**, **k5-6=20** (千元/天)

故选择压缩工作**2-5**, 且 **(k2-5=15) < (ξ=22)** (千元/天), 可以压缩。

(2) 确定压缩时间: $\Delta t_{2-5} = \min(D_n - D_c, TF_{\min}^f) = \min(10-6, 2) = 2$ (天)

(3) 费用变化: $\Delta C = \Delta t \cdot (k2-5-\xi) = 2 \times (15-22) = -14$ (千元)

所以, **T1=T0-2=20-2=18** (天), 优于**T0=20** (天)。

二、费用优化实例分析

2. 第一次优化

(4) 第一次优化后的网络图如图4所示。

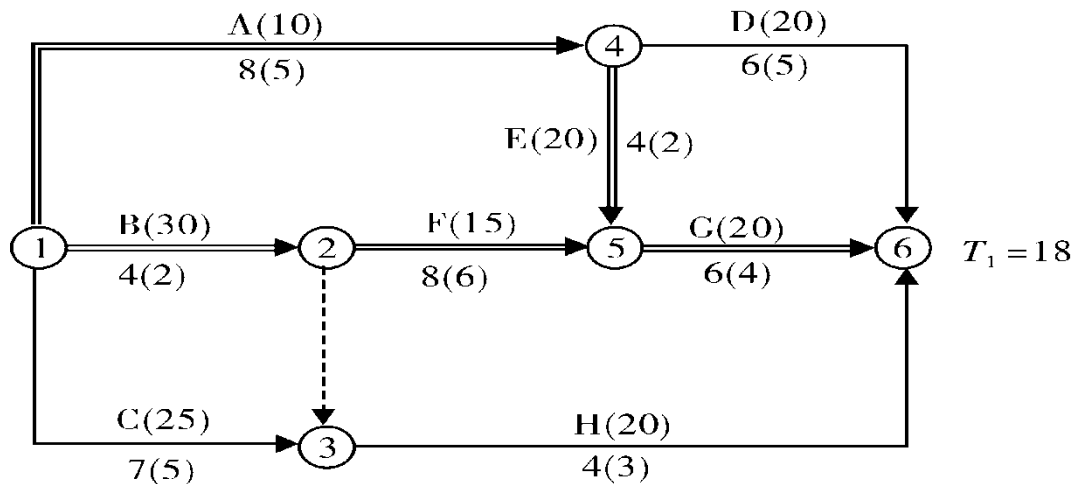


图4 第一次优化后的网络图

二、费用优化实例分析

3. 第二次优化

(1) 压缩对象，可行方案有：

①同时压缩工作**1-2**和工作**1-4**， $k_{1-2} + k_{1-4} = 40$ （千元/天）；

②同时压缩工作**1-2**和工作**4-5**， $k_{1-2} + k_{4-5} = 50$ （千元/天）；

③同时压缩工作**2-5**和工作**1-4**， $k_{2-5} + k_{1-4} = 25$ （千元/天）；

④同时压缩工作**2-5**和工作**4-5**， $k_{2-5} + k_{4-5} = 35$ （千元/天）；

⑤压缩工作**5-6**， $k_{5-6} = 20$ 千元/天。

选择压缩工作**5-6**，且 $(k_{5-6} = 20) < (\xi = 22)$ （千元/天），可以压缩。

(2) 压缩时间： $\Delta t_{5-6} = \min(D_n - D_c, TF_{\min}^f) = \min(6-4, 4) = 2$ 天

(3) 费用变化： $\Delta C = \Delta t (k_{5-6} - \xi) = 2 \times (20 - 22) = -4$ （千元）

由此可见： $T_2 = T_1 - 2 = 18 - 2 = 16$ 天，优于 $T_1 = 18$ 天。

二、费用优化实例分析

3. 第二次优化

(4) 第二次优化后的网络图如图5所示。

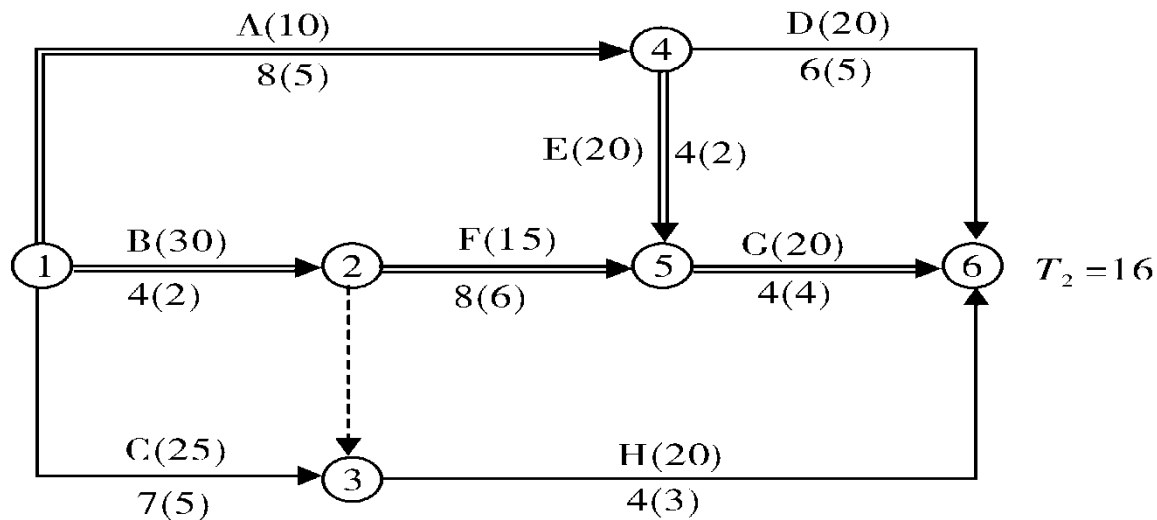


图5 第二次优化后的网络图

二、费用优化实例分析

4. 第三次优化

确定压缩对象：可行方案有

- ①同时压缩工作**1-2**和工作**1-4**, $k_{1-2} + k_{1-4} = 40$ (千元/天);
- ②同时压缩工作**1-2**和工作**4-5**, $k_{1-2} + k_{4-5} = 50$ (千元/天);
- ③同时压缩工作**2-5**和工作**1-4**, $k_{2-5} + k_{1-4} = 25$ (千元/天);
- ④同时压缩工作**2-5**和工作**4-5**, $k_{2-5} + k_{4-5} = 35$ (千元/天)。

选择方案**3**, 但 $(k_{1-4} + k_{2-5} = 25) > (\xi = 22)$ (千元/天), 故不能压缩。

结论: 该工作最优工期为**16**天, 最优计划方案如图**5**所示。

二、费用优化实例分析

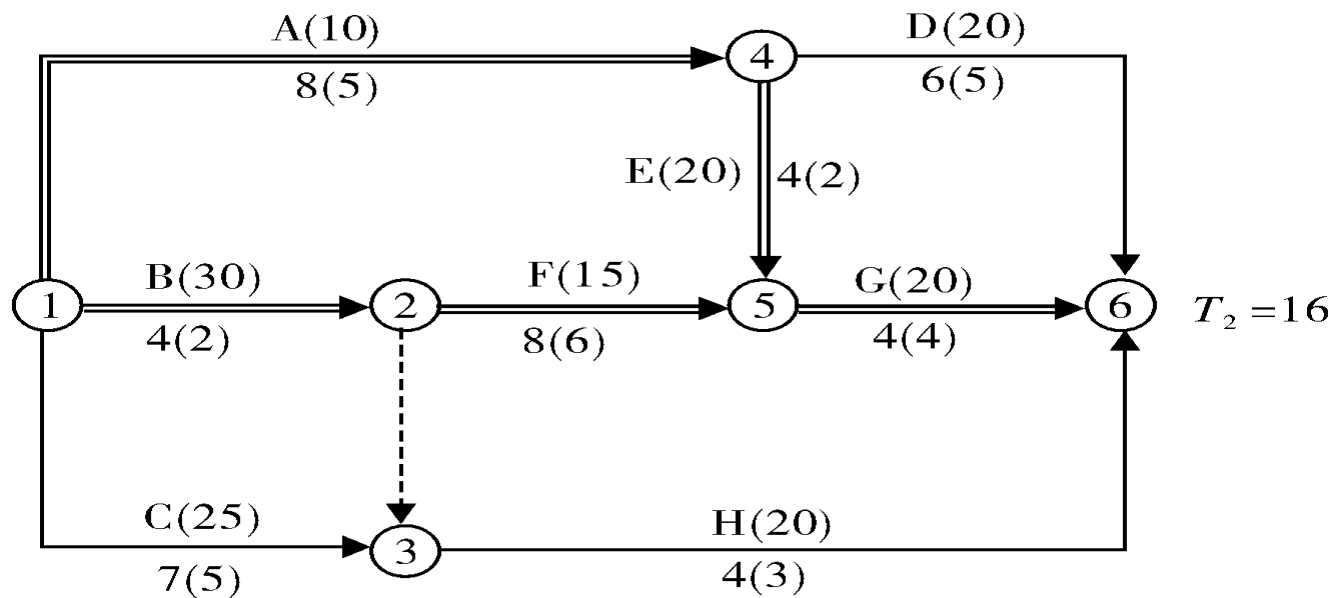


图5 优化后的网络图

小 结

- 1、费用优化基本原理
- 2、费用优化实例分析

谢谢!

