

普通年金的计算

主讲：刘滢

四川大学锦城学院

2.3 普通年金计算

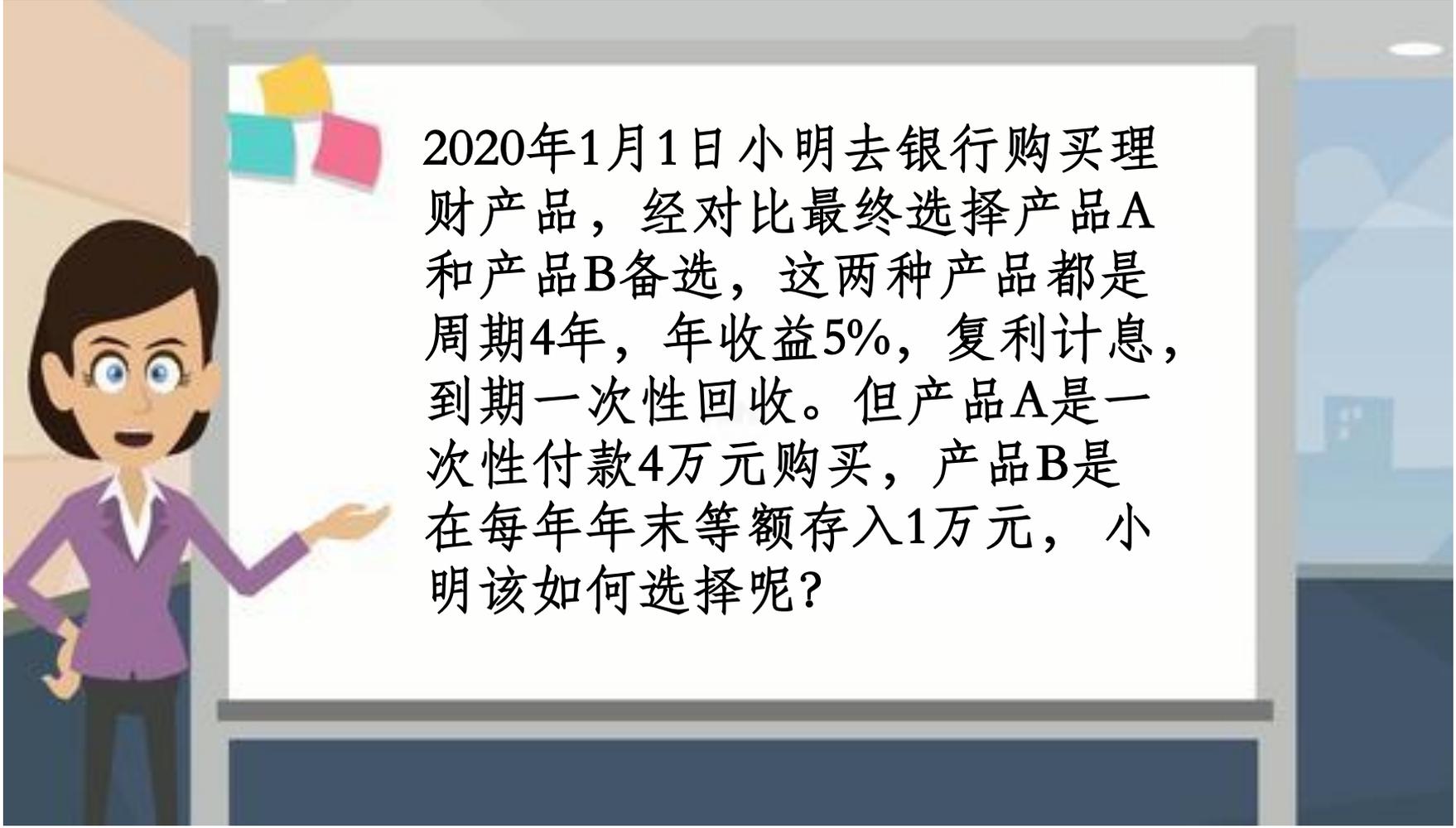
2.3.1 普通年金的定义

2.3.2 年金终值的计算

2.3.3 偿债基金的计算

2.3.4 年金现值计算

案例：

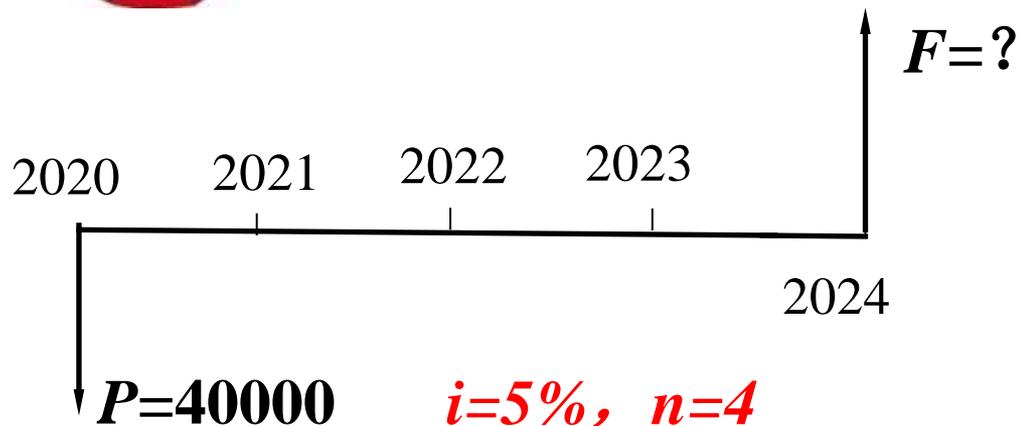


2020年1月1日小明去银行购买理财产品，经对比最终选择产品A和产品B备选，这两种产品都是周期4年，年收益5%，复利计息，到期一次性回收。但产品A是一次性付款4万元购买，产品B是在每年年末等额存入1万元，小明该如何选择呢？

案例：



产品A:

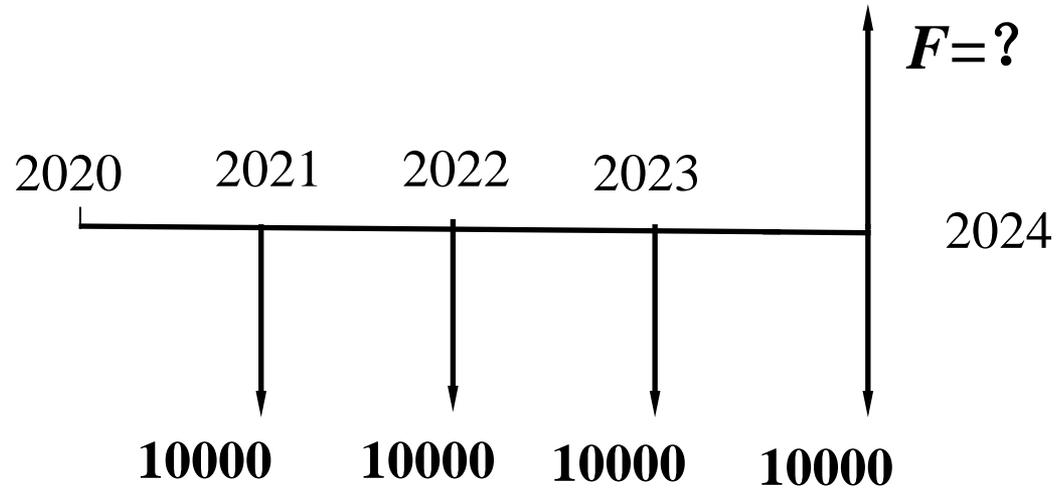


解：
$$F=P(1+i)^n = 40000 \times (1+5\%)^4 = 48620 \text{元}$$

案例：

产品B：

每年年末等
额存入1万元



普通年金



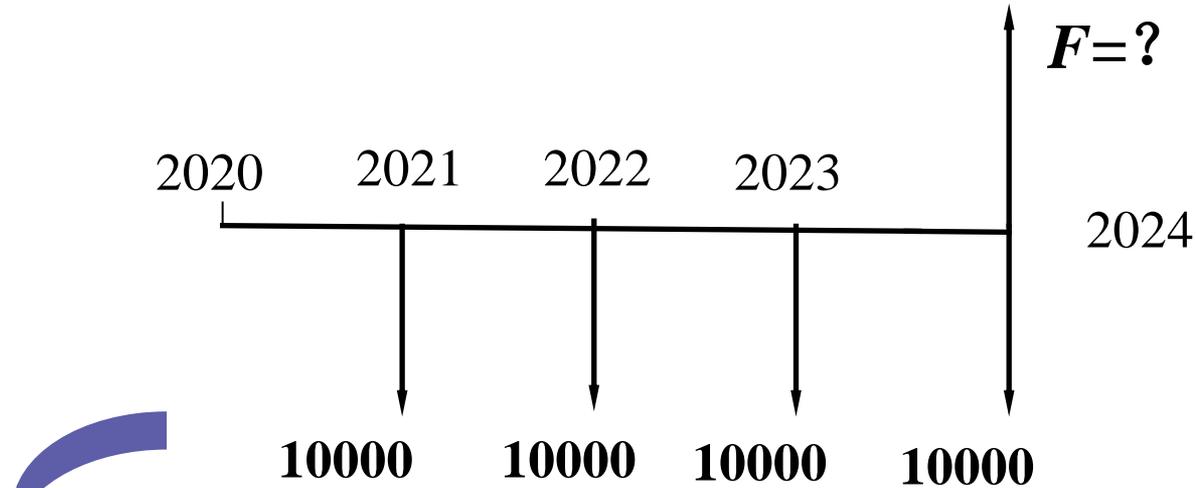
2.3.1 普通年金的概念

从第一期起在一定时间内每期期末等额发生的系列收付款，又称后付年金。



2.3.1 普通年金的概念

产品B:



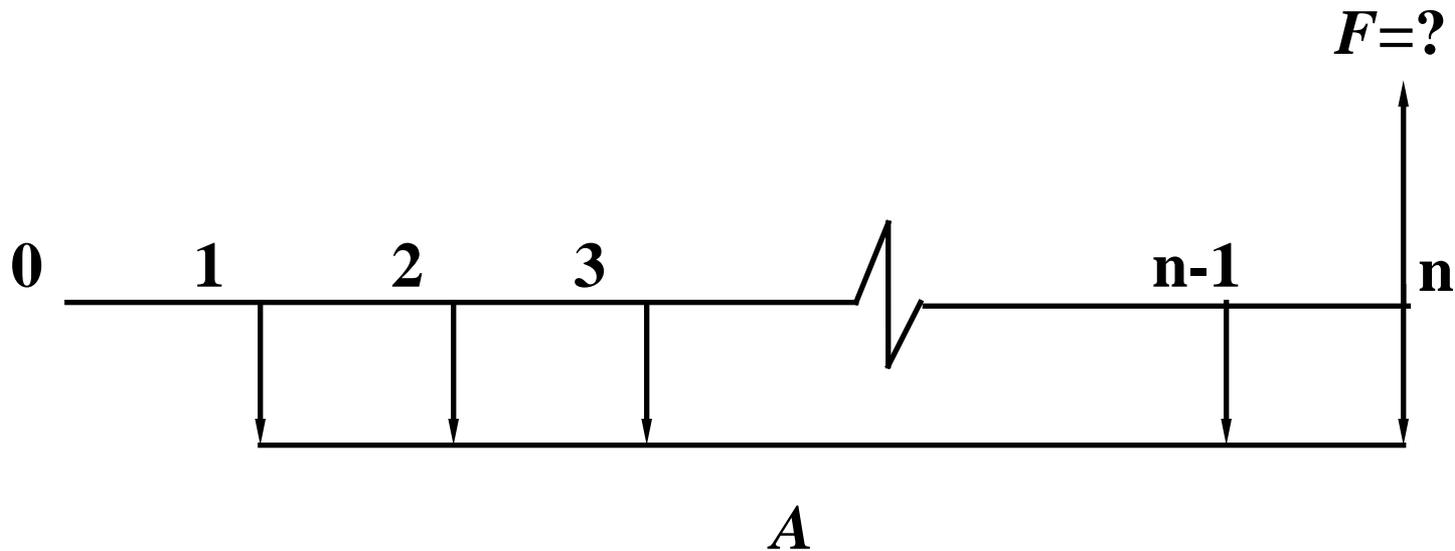
普通年金
终值的计算



2.3.2 普通年金终值的计算

(1) 财务含义

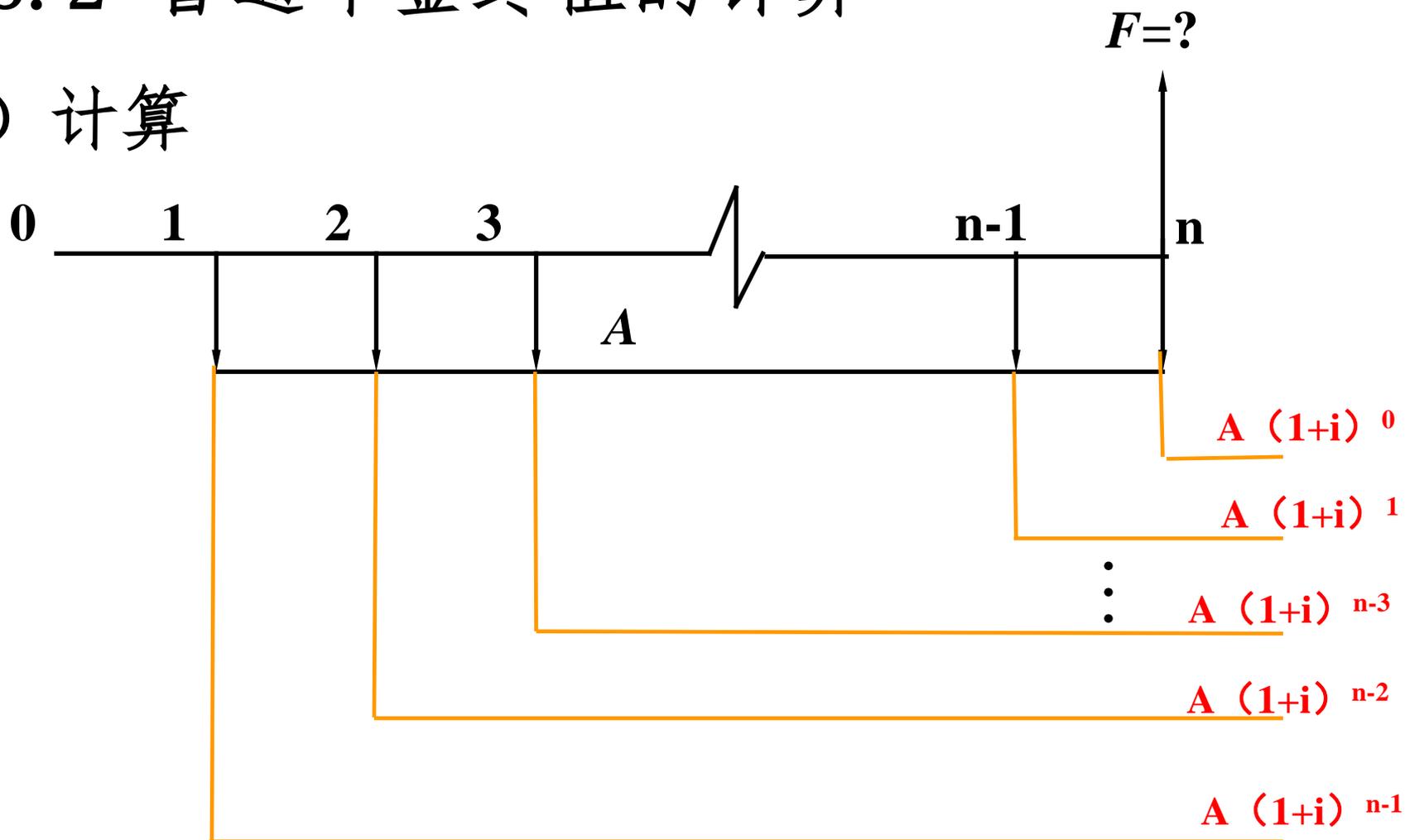
对连续若干期期末等额支付的现金流量 A ，按利率 i 复利计息，计算其第 n 期期末的终值，即本利和。



普通年金终值的实质就是每期收付款项的复利终值之和

2.3.2 普通年金终值的计算

(2) 计算



$$F = A(1+i)^0 + A(1+i)^1 + \dots + A(1+i)^{n-3} + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-1}$$

$$F = A(1+i)^0 + A(1+i)^1 + \dots + A(1+i)^{n-3} + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-1}$$



公比为 $(1+i)$ 的
等比数列前 n 项和

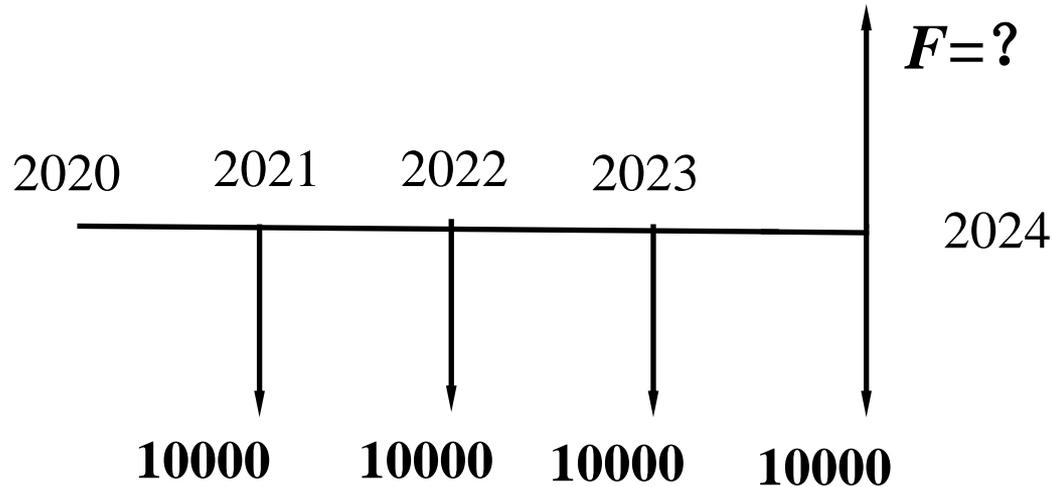


$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = A(F/A, i, n)$$

$(F/A, i, n)$ 表示 $[(1+i)^n - 1]/i$ 称为年金终值系数

案例：

产品B:



$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = A(F/A, i, n)$$

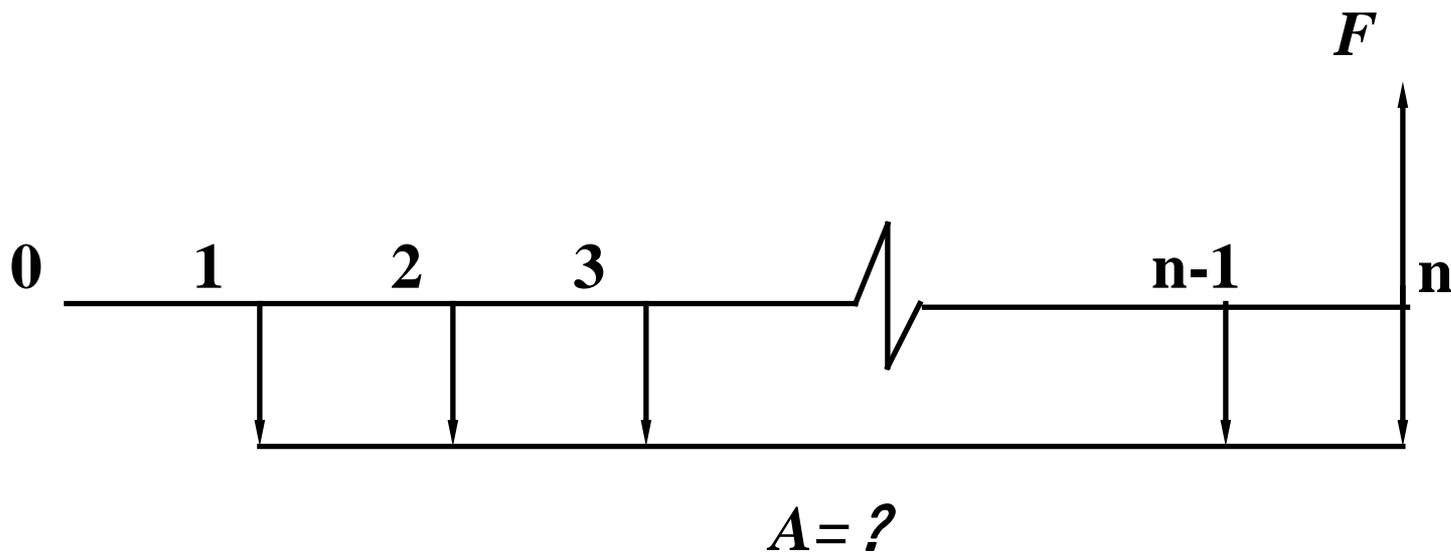
$$F = 10000 \times \frac{(1+5\%)^4 - 1}{5\%} = 43101.25 \text{ 元}$$

$F_A = 48620 \text{ 元} > F_B = 43101 \text{ 元}$ ，小明应选产品A

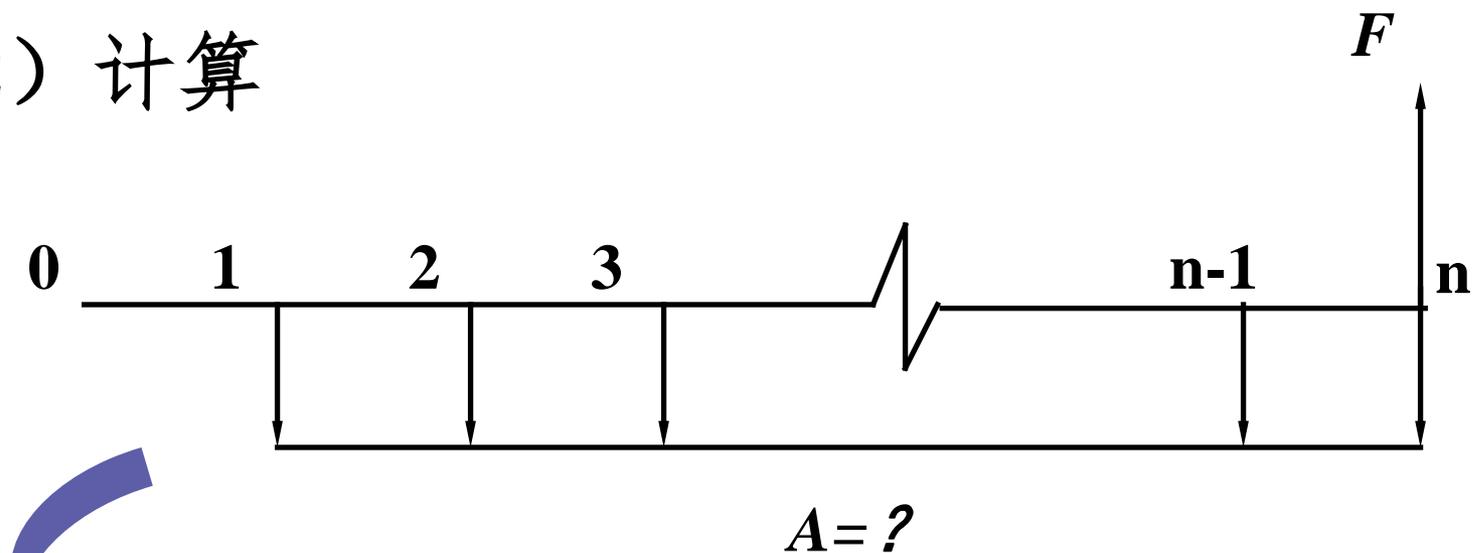
2.3.3 偿债基金的计算

(1) 财务含义

在利率为 i ，复利计算的条件下，如果要在 n 期期末一次收入 F 数额的现金流量,那么，在 n 期内连续每期期末支付的 A 是多少？



(2) 计算



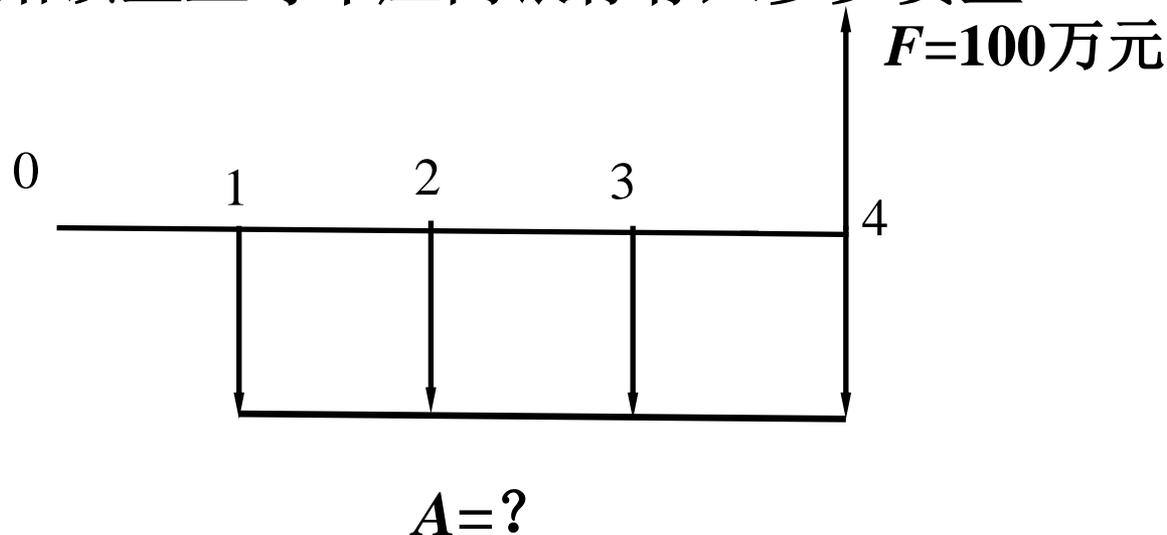
为年金终值的逆运算

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] = F (A/F, i, n)$$

$i / [(1+i)^n - 1]$ 称为偿债资金系数

【例】假设某企业4年后需要有一笔100万元的资金用于固定资产设备更新改造，若存款年利率为10%，复利计息，则从现在开始该企业每年应向银行存入多少资金？

【解】



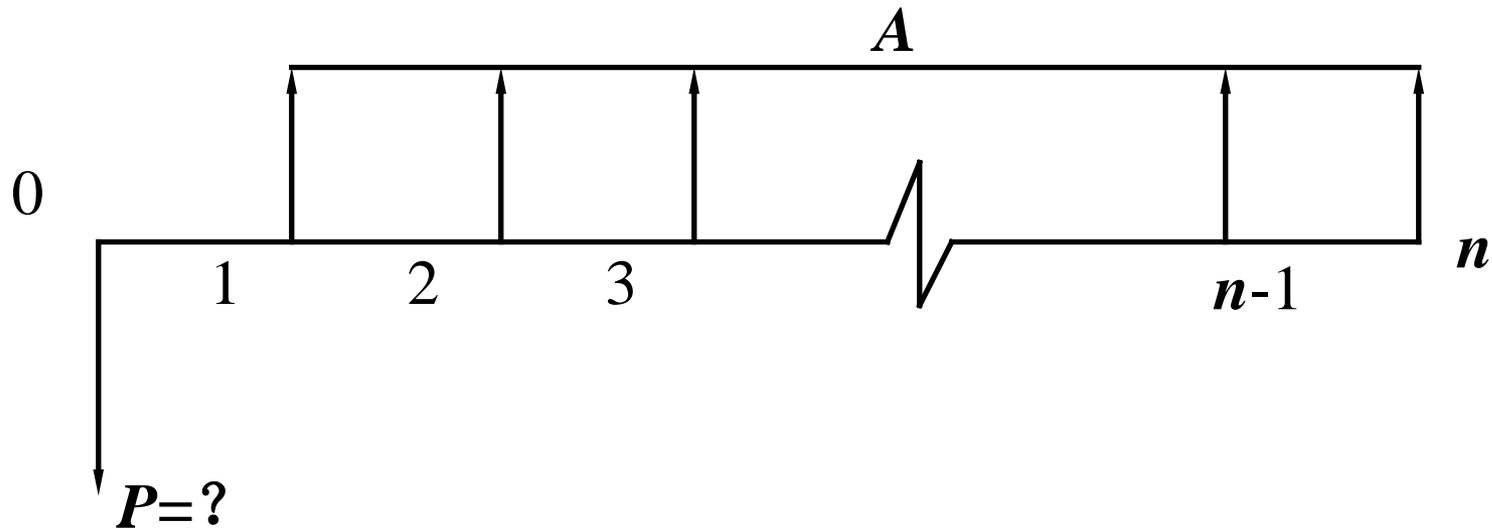
$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] = F(A/F, i, n)$$

$$A = 100 \times \frac{10\%}{(1+10\%)^4} = 21.55 \text{ 万元}$$

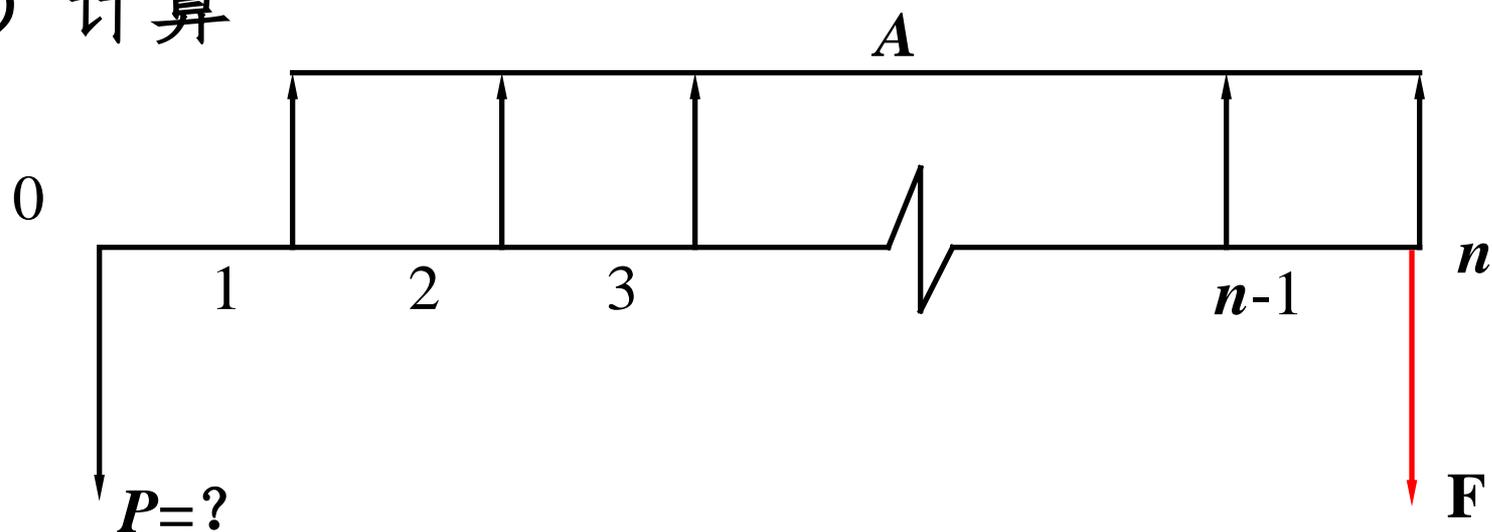
2.3.4 普通年金现值的计算

(1) 财务含义

一定时期内每期期末等额收付款项的复利现值之和，即在利率为 i ，复利计息的条件下，求 n 期内每期期末发生的普通年金 A 的现值 P 。



(2) 计算



$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = A(F/A, i, n)$$

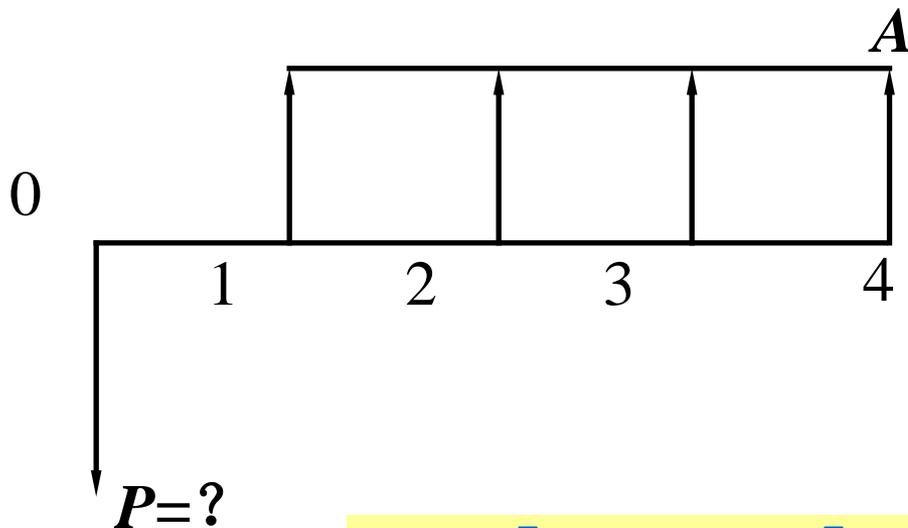
$$P = F (1+i)^{-n} = F(P/F, i, n)$$

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = A(P/A, i, n)$$

$[(1+i)^n - 1] / i(1+i)^n$ 为年金现值系数

【例】在未来4年中，每年年末回收资金12000元，年复利率8%，则现需要向银行存入多少钱？

【解】



$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = A(P/A, i, n)$$

$$P = 12000 \times \frac{(1+8\%)^4 - 1}{i(1+8\%)^4} = 39745 \text{ 元}$$

小结

- ◆ 偿债基金是年金终值的逆运算
- ◆ 偿债基金系数与年金终值系数互为倒数
- ◆ 普通年金现值的计算“分两步走”